



TITLE:

# 整流器付同期機の特性に関する研究(Dissertation\_全文)

AUTHOR(S):

森安, 正司

---

CITATION:

森安, 正司. 整流器付同期機の特性に関する研究. 京都大学, 1981, 工学博士

ISSUE DATE:

1981-09-24

URL:

<https://doi.org/10.14989/doctor.r4531>

RIGHT:

# 整流器付同期機の特 性に関する研究

昭和56年 5 月

森 安 正 司

# 整流器付同期機の特 性に関する研究

昭和56年 5 月

森 安 正 司

DOC
1981
14
電気系

# 整流器付同期機の特性に関する研究

## 内容梗概

整流器付同期機は、その電機子端子に半導体整流器を付置して、発電機または電動機として運転する同期機である。

整流器付同期機は半導体整流器の進歩により、従来の直流機分野で、高速大容量化と無保守化を目的として、最近多く使用されている。

従来、この整流器付同期機は、主としてその使用上の立場から、多く研究されているが、同期機の設計の面からは深く研究されていなかった。

整流器付同期機は、転流のため1サイクルに6回線間短絡を生じるので、その特性は勿論、設計上も通常同期機とは当然異なったものとなる。

本研究は整流器付同期機の基本方程式を求め、それを用いて整流器付同期機の特性について、理論的ならびに実験的に考察し、合理的設計を与えたものである。

本論文は7章から成っている。

その要旨を以下に記す。

第1章では、整流器付同期機の現状、従来の研究の問題点および対象とする研究課題について述べた。

第2章では、同期機のParkの方程式に鎖交磁束一定の理を適用して、整流器付同期機の基本方程式を導いた。さらに、整流器間の転流を規定する転流リアクタンスが内部相差角、制御角および重り角によって変わることを示した。

第3章では、整流器付同期機の基本方程式から、ベクトル図と等価回路を導いた。整流器付同期機のベクトル図は通常同期機のベクトル図における $X_d$ 、 $X_q$ が、それぞれ $X_d - X_d''$ 、 $X_q - X_q''$ で表わされることを明らかにした。

第4章では、ベクトル図に現われる電圧、電流および力率と制御角および重り角の関係を明らかにした。

また実測と計算の比較を行って、第2章および第3章で記述した著者の理論が正しいことを示した。

第5章では、界磁電流の算定法について考察し、界磁電流算定に用いる電機子反作用成分は



JEC 114 で用いられている短絡時界磁電流値ではなく、その値を逆相リアクタンスを用いて補正する必要があることを解析的に求め、このことを実測によって検証した。

第6章では、電機子電流の高調波による同期機への影響について検討した。回転子における高調波電流による合成起磁力の振巾は、基本波反作用起磁力の中心位置で最小となり、それと $90^\circ$ 離れた位置で最大になることを明らかにした。

また、通常同期機を整流器付同期機に転用するときの定格出力の算定法を明らかにした。

さらに、脈動トルクについて、その高調波成分を解析的に求めた。

第7章では、本研究で得られた結果を要約して示した。

# 論文目次

第 1 章 緒 言 .....	3
1.1 整流器付同期機とその基本的問題点 .....	3
1.2 整流器付同期機の現状 .....	3
1.3 技術的課題 .....	6
1.4 本論文で取り上げた研究課題 .....	7
第 2 章 整流器付同期機の基本方程式 .....	9
2.1 整流器付同期機の結線 .....	9
2.2 解析上の仮定 .....	9
2.3 同期機の基本式とベクトル図 .....	10
2.4 整流器付同期機の基本式 .....	13
2.4.1 整流器付同期機の位相関係 .....	13
2.4.2 鎖交磁束一定の理 .....	14
2.4.3 通常通電期間の方程式 .....	17
2.4.4 転流期間の方程式 .....	17
2.5 転流リアクタンス .....	19
2.6 結 言 .....	20
第 3 章 整流器付同期機のベクトル図と等価回路 .....	21
3.1 負荷時の同期機端子電圧 .....	21
3.2 ベクトル図 .....	22
3.3 等価回路 .....	24
3.4 結 言 .....	25
第 4 章 整流器付同期機の特 性 .....	26
4.1 発電機運転と電動機運転の関係 .....	26
4.2 電機子電流 .....	27
4.3 電機子電圧 .....	32
4.4 力 率 .....	32
4.5 特性式とその実用単位表示 .....	34

4.6	実測結果との対比	40
4.6.1	50kVA, 200V, 1500rpm機の実測結果との対比	40
4.6.2	1050kVA, 462V, 507rpm機の実測結果との対比	44
4.6.3	実測結果との対比のまとめ	49
4.7	結 言	49
第 5 章	界磁電流算定法と実測結果との対比	50
5.1	整流器付同期機の界磁電流算定法	50
5.2	同期機単体試験が可能な場合の実測結果対比	53
5.3	同期機単体試験が不可能な場合の実測結果対比	55
5.4	結 言	59
第 6 章	高調波電流による同期機への影響とその対策	61
6.1	電機子電流の高調波成分	61
6.2	高調波電流による合成起磁力	63
6.3	等価逆相電流	65
6.4	通常同期機を整流器付同期機に転用するときの定格出力の算定	67
6.5	脈動トルクとその高調波成分	70
6.5.1	脈動トルクの影響	70
6.5.2	脈動トルクの算定式	71
6.5.3	脈動トルクの高調波成分	72
6.6	結 言	73
第 7 章	結 言	77
	謝 辞	79
	主要記号表	80
	参考文献	81
	付 録	
付録 1	Park の方程式	83
付録 2	単位法と実用単位の関係	85
付録 3	電機子電流の高調波成分	87
付録 4	同期機の逆相耐力	89
付録 5	脈動トルクの波形	92
付録 6	脈動トルクの高調波成分	97

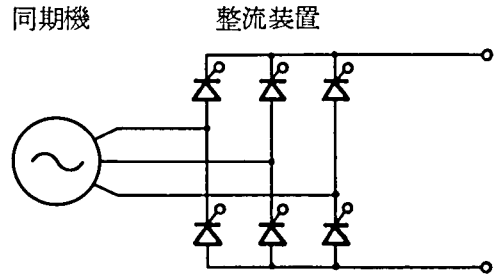
# 第1章 緒 言

## 1.1 整流器付同期機とその基本的問題点

整流器付同期機は第 1.1 図に示すように，その電機子端子に半導体整流器を付置して，発電機または電動機として運転する同期機である。

その性能は直流機と同一であり，通常同期機とは違って可変速度で運転することができる。

電機子巻線に整流器を付置した同期機の一般的な名称は，いまだ規定されていないので，本論文では整流器付同期機と呼称する。



第 1.1 図 整流器付同期機

整流器付同期機は 1 サイクルに 6 回線間短絡を生ずるので，その特性も通常同期機とは当然異なったものとなり，しかも整流器付同期機の問題点はすべてこの繰返し線間短絡現象に起因している。

同期機への直接的影響は界磁電流算定法，高調波電流による回転子表面の過熱および脈動トルクによる軸系の共振現象などがある。

これらの検討に当っては，整流器付同期機に関する基本方程式の確立が必要である。

## 1.2 整流器付同期機の現状

直流機には，高速大容量機化の限界（直流機の製作限界は現在の技術では  $2.5 \times 10^6 \text{ kW} \cdot \text{rpm}$  である）と整流子に起因する保守の煩雑さがある。

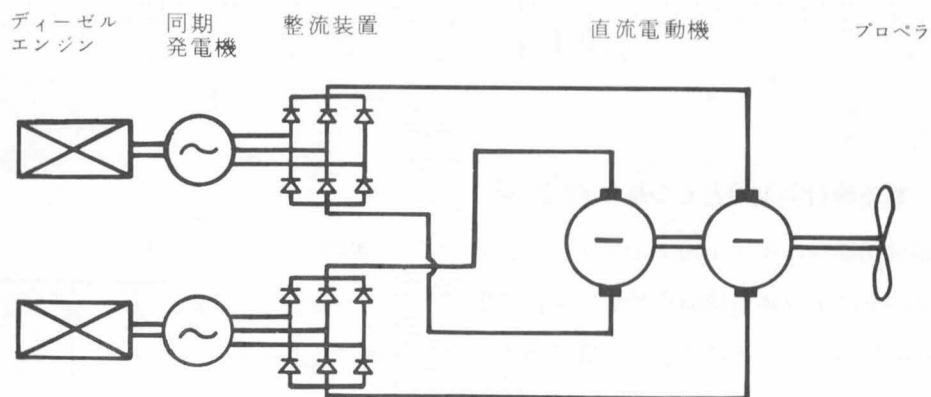
一方，整流器付同期機は経済的には直流機に劣るが，上記の欠点はない。

従って，整流器付同期機は高速大容量機または機械の保守の簡便化を必要とする用途に用いられている。

以下に，整流器付同期機の適用例について述べる。

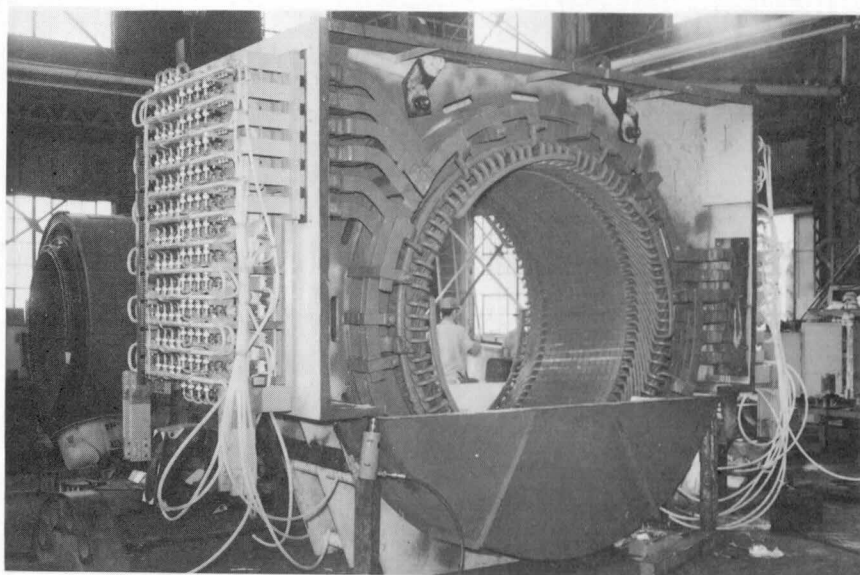
### (1) 発電機の場合

第 1.2 図は整流器付同期機を直流発電機として使用するもので，船舶の直流電気推進の電源として用いられる場合の系統図の一例である。



第 1.2 図 直流電気推進の系統図の一例

ディーゼル・エンジンの機械エネルギーを整流器付同期発電機（同期発電機＋整流装置）によって直流電力に変換し、直流電動機を駆動することによって船舶の推進を行う。また整流器付同期発電機が第 1.1 図のような直流電動機負荷ではなく、アルミ電解設備の電気炉に給電された例もある。<sup>(1)</sup>



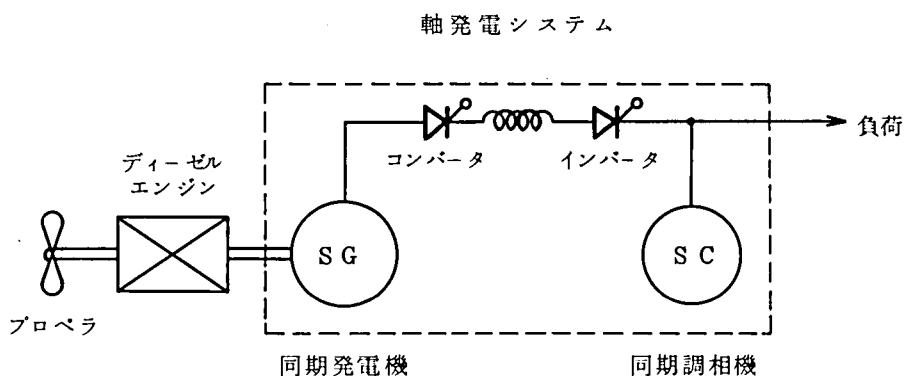
第 1.3 図 アルミ電解設備用整流器付同期発電機  
(5250 kW, 350V, 500rpm)

第 1.3 図はその例でシリコンダイオード群が直接同期発電機の固定子に組込まれている。

第 1.4 図は船舶の推進駆動用ディーゼルエンジンに直結して使用される軸発電システム<sup>(2)</sup>の系統図である。

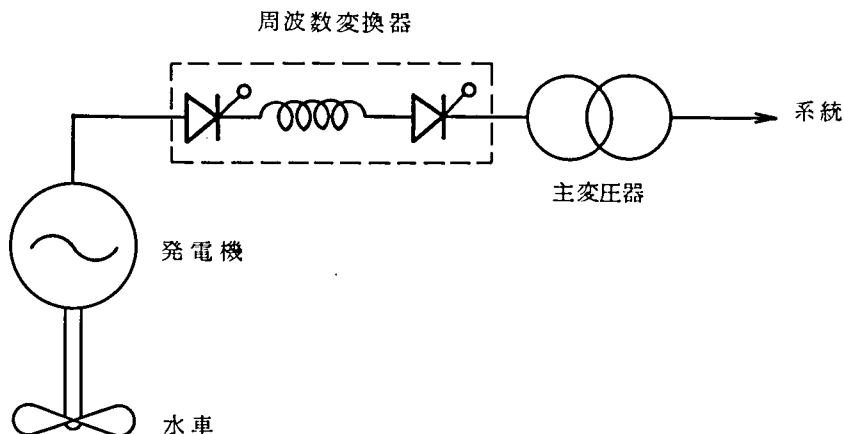
駆動用ディーゼルは可変速であるので、これに直結される同期発電機の出力はコンバータによって一旦直流に変換された後、インバータにより 60 Hz に変換して負荷に給電される。

推進駆動用ディーゼルの燃料は低価格の C 重油を用いるため、A 重油を使用する一般のディーゼル発電機に較べて燃費が節約でき、運航コストを低減することが出来る。



第 1.4 図 軸発電システムの系統図

第 1.5 図は変落差の大きい水力発電所において、水車の最も効率の良い回転速度で運転して省エネルギーを図る水車発電設備の系統図である。<sup>(3)</sup>

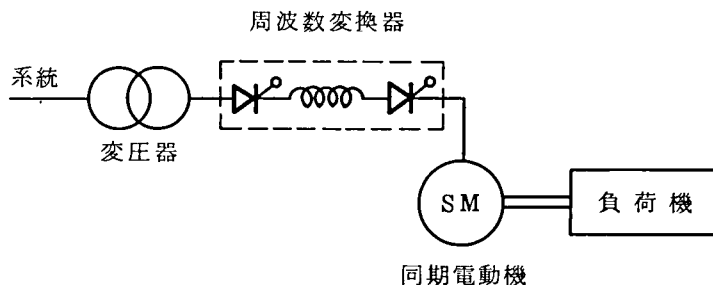


第 1.5 図 可変速水車発電機

現在検討段階であるが、社会の省エネルギーの要求により今後実現されることが期待されている。

## (2) 電動機の場合

第 1.6 図は、整流器付同期機を交流可変速電動機として使用する場合の代表的結線図である。



第 1.6 図 交流可変速電動機

交流可変速電動機はブローア，ポンプ，圧延機などに現在数多く使用されており，整流器付同期機としてもっとも需要が多い。

また始動時のみ使用するものでは，大容量高速のブローア駆動用同期電動機や揚水発電所の発電電動機<sup>(4)</sup>に使用されており，最大容量機としては米国の Raccoon 揚水発電所の 425 MVA，300 rpm 発電電動機の例がある。

## 1.3 技術的課題

整流器付同期機的设计に関する技術的課題を大別すると，

- (1) 整流器付同期機の特性を記述する基本方程式の導出
- (2) 繰返し線間短絡現象による同期機への影響

となる。

(1)に関する従来の解析は，整流器の動作を考慮した Park の方程式の一般解を求め，これに境界条件を入れて一般解に含まれる未定定数を，繰返し計算によって求めている。<sup>(5)(6)(7)</sup> また，この解析から得られる転流重り角  $\mu$ ，内部相差角  $\delta$ ，端子電圧波形などの実測対比が行われている。

しかし，このような解析法は，特定の整流器付同期機の転流重り角，内部相差角，端子電圧波形などが求められるに過ぎず，同期機のベクトル図のように，定常特性を一般的に表現することができない。

したがって，著者は Park の方程式に鎖交磁束一定の理を適用して，整流器付同期機の基本式を導出し，ベクトル図と等価回路を導いた。

(2)に関しては、界磁電流算定法および高調波電流による回転子表面の過熱と脈動トルクがある。

界磁電流算定法は同期機の最適設計にとって重要な事項であるが、これに関して公表されたものはまだない。著者は整流器付同期機のベクトル図から界磁電流算定法を導出し、実測結果との対比により、この界磁電流算定法の妥当性を検討した。

高調波電流による回転子表面の過熱は、等価逆相電流によって評価されているが、等価逆相電流の物理的考察は、ほとんど行われていなかったため、著者は高調波電流の合成起磁力を求め、等価逆相電流の物理的意味を明確にした。

また、通常同期機を整流器付同期機に転用するときの、定格出力の算定法についても検討した。

脈動トルクについては、従来界磁を定電流源として、脈動トルク波形の詳細検討が行われているが<sup>(8)</sup>、軸系共振現象の解析などに用いられる各高調波成分の算定は、行われていなかった。著者は整流器付同期機の電流と磁束式を用いて脈動トルクを求め、各高調波成分の算定を行った。

#### 1.4 本論文で取り上げた研究課題

前述の観点より、次の研究を課題として取り上げた。

##### (1) 整流器付同期機の基本式の導出。

Park の方程式と整流器動作を組合せ、鎖交磁束一定の理を適用して、整流器付同期機の基本式を導出する。

##### (2) 整流器付同期機のベクトル図と等価回路の導出。

整流器付同期機の基本式から、電圧・電流の基本波成分の関係を導き、これらを用いて整流器付同期機のベクトル図と等価回路を導出する。

##### (3) ベクトル図に表われる諸量の計算式の導出。

整流器付同期機の基本式から電機子電流を求め、ベクトル図に現われる基本波電流、基本波力率と制御角、重り角の関係を導出する。また、各部波形の計算値と実測の比較を行う。

##### (4) 界磁電流算定法

整流器付同期機のベクトル図から界磁電流算定法を導出し、実測結果との対比を行う。

##### (5) 高調波電流による同期機への影響とその対策。

高調波電流の合成起磁力を検討し、これから等価逆相電流を求めて、通常同期機を整流器付同期機に転用するときの定格出力の算定法を検討する。



また，脈動トルクの計算式を導き，各高調波成分を求める。

## 第2章 整流器付同期機の基本方程式

### 2.1 整流器付同期機の結線

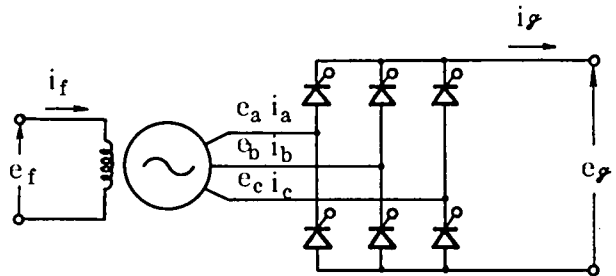
本論文で取扱う整流器付同期機の結線を第2.1図に示す。

整流器はサイリスタとし、3相純ブリッジ結線で構成する。

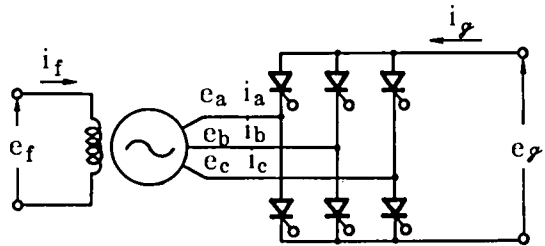
第2.1図で、サイリスタ変換装置の端子電圧  $e_g$  が、正の場合は発電機運転を表わし、 $e_g$  が負の場合は電動機運転を表わす。

従って、第2.1図の結線図により、発電機および電動機を一般的に取り扱うことが出来るので、本論文での解析は発電機運転を基準にして取り扱うが、得られる結果は電動機運転に対してもそのまま適用できる。

しかし、特に電動機運転の特性を表現する場合には、式や図表を見易くするために、第2.2図の結線図を基準にして表わすことにする。



第2.1図 結線図



第2.2図 電動機運転基準の結線図

### 2.2 解析上の仮定

解析は Park の方程式を用いて行う。(付録1 参照)

解析は定常状態について行い、解析に当たって次の仮定を設ける。

- (1) 鉄心の磁気飽和は無視する。
- (2) 電機子巻線の抵抗は、取り扱いを簡単にするため無視する。

(3) 界磁および制動巻線の鎖交磁束は一定とする。

(4) 整流装置の直流側インダクタンスは充分大きいものとする。

なお、解析は単位法（付録 2 参照）で行うが、得られた重要な結果は実用単位にも換算して表わすことにする。

また、本論文で使用する記号は原則として、小文字は単位法表示、大文字は実用単位表示であり、添字  $n$  は定格を意味する。

### 2.3 同期機の基本式とベクトル図

電機子巻線抵抗を無視し、一定速度  $n$  で運転している同期機は次式によって表わすことができる。

$$\left. \begin{aligned} u_d &= -\frac{d\varphi_d}{d\tau} - n\varphi_q \\ u_q &= -\frac{d\varphi_q}{d\tau} + n\varphi_d \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.1)$$

$$e_f = \frac{d\varphi_f}{d\tau} + r_f i_f \dots\dots\dots (2.2)$$

$$\left. \begin{aligned} o &= \frac{d\varphi_{kd}}{d\tau} + r_{kd} i_{kd} \\ o &= \frac{d\varphi_{kq}}{d\tau} + r_{kq} i_{kq} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.3)$$

$$\left. \begin{aligned} \varphi_d &= x_1 i_d + x_{ad} (i_d + i_f + i_{kd}) \\ \varphi_q &= x_1 i_q + x_{aq} (i_q + i_{kq}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.4)$$

$$\varphi_f = x_f i_f + x_{ad} (i_d + i_f + i_{kd}) \dots\dots\dots (2.5)$$

$$\left. \begin{aligned} \varphi_{kd} &= x_{kd} i_{kd} + x_{ad} (i_d + i_f + i_{kd}) \\ \varphi_{kq} &= x_{kq} i_{kq} + x_{aq} (i_q + i_{kq}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.6)$$

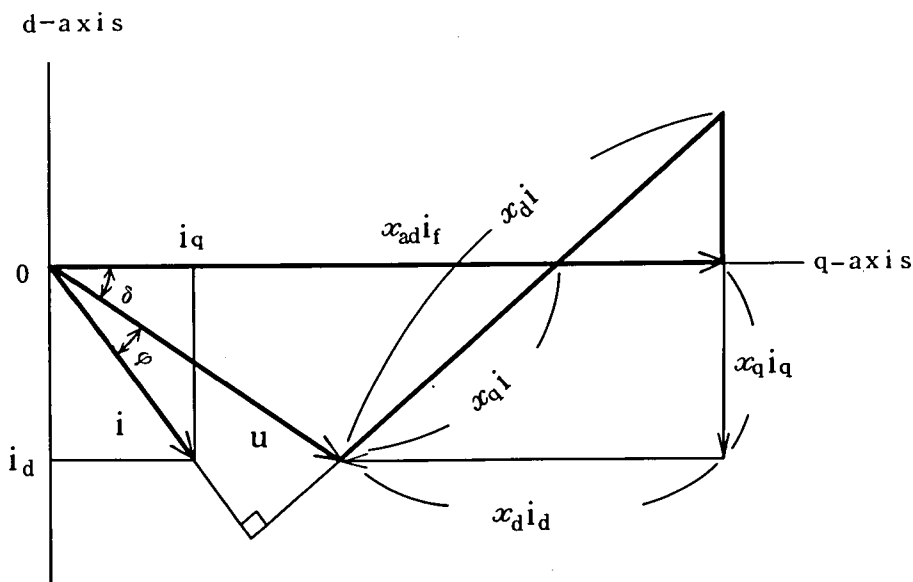
$$\left. \begin{aligned} e_a &= u_d \cos \theta + u_q \sin \theta \\ e_b &= u_d \cos \left( \theta - \frac{2\pi}{3} \right) + u_q \sin \left( \theta - \frac{2\pi}{3} \right) \\ e_c &= u_d \cos \left( \theta - \frac{4\pi}{3} \right) + u_q \sin \left( \theta - \frac{4\pi}{3} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.7)$$

$$\left. \begin{aligned} i_d &= \frac{2}{3} \left\{ i_a \cos \theta + i_b \cos \left( \theta - \frac{2\pi}{3} \right) + i_c \cos \left( \theta - \frac{4\pi}{3} \right) \right\} \\ i_q &= \frac{2}{3} \left\{ i_a \sin \theta + i_b \sin \left( \theta - \frac{2\pi}{3} \right) + i_c \sin \left( \theta - \frac{4\pi}{3} \right) \right\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.8)$$

こゝで

- $u_d, u_q$  : d, q 軸電機子電圧 (p.u.)
- $e_f$  : 界磁巻線端子電圧 (p.u.)
- $i_d, i_q$  : d, q 軸電機子電流 (p.u.)
- $i_f$  : 界磁電流 (p.u.)
- $i_{kd}, i_{kq}$  : d, q 軸制動巻線電流 (p.u.)
- $\varphi_d, \varphi_q$  : d, q 軸電機子巻線鎖交磁束 (p.u.)
- $\varphi_f$  : 界磁巻線鎖交磁束 (p.u.)
- $\varphi_{kd}, \varphi_{kq}$  : d, q 軸制動巻線鎖交磁束 (p.u.)
- $x_l$  : 電機子巻線漏れリアクタンス (p.u.)
- $x_{ad}, x_{aq}$  : d, q 軸相互リアクタンス (p.u.)
- $x_f$  : 界磁巻線漏れリアクタンス (p.u.)
- $x_{kd}, x_{kq}$  : d, q 軸制動巻線漏れリアクタンス (p.u.)
- $r_f$  : 界磁巻線抵抗 (p.u.)
- $r_{kd}, r_{kq}$  : d, q 軸制動巻線抵抗 (p.u.)
- $e_a, e_b, e_c$  : a, b, c 相の電機子相電圧 (p.u.)
- $n$  : 回転速度 (p.u.)
- $\tau$  : 定格速度での電気角で表わした時間 ( $= 2\pi f_{nt}$ ) (rad.)
- $\theta$  : 直軸と a 相巻線軸の角度, 即ち回転子の回転角 (rad.)

上式は同期機のあらゆる現象に適用できる。一方, 定常状態に対しては, 第 2.3 図のベクトル図が用いられている。このベクトル図は, (2.1)~(2.4)式で微分項を 0 とし, 端子電圧  $u$  を  $u = \sqrt{u_d^2 + u_q^2}$ , 電機子電流  $i$  を  $i = \sqrt{i_d^2 + i_q^2}$  として求められる。(但し, 定格速度におけるベクトル図で,  $n=1$ である。)

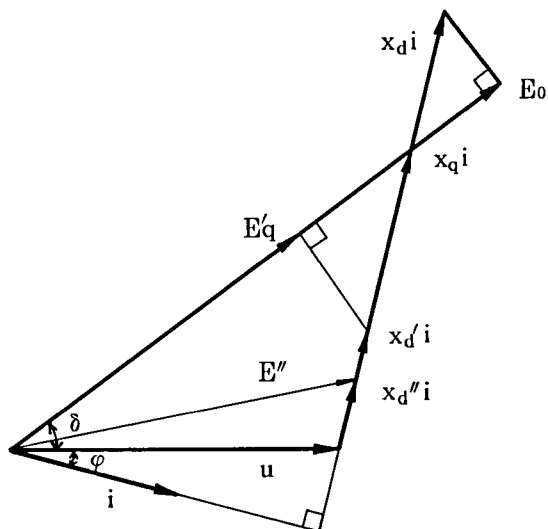


第 2.3 図 同期機のベクトル図

第 2.3 図のベクトル図は、簡単であるが、定常状態における同期機のすべての特性を表わしているため、非常に便利な特性図である。

整流器付同期機に対しても、第 2.3 図のようなベクトル図の導出が望まれるが、これは第 3 章で述べる。

一方、同期機の過渡時の現象を、ベクトル図で表わすことは出来ないが、3 相短絡や負荷急変などは、第 2.4 図により、ある程度説明できる。



第 2.4 図 同期機の過渡時を説明するベクトル図

励磁一定で、ゆるやかな負荷変動のときは、第 2.4 図で  $E_0 (=x_{ad} \cdot i_f)$  が一定であるが、負荷が急変すると、まず負荷急変前後の  $E''$  が同一になり、続いて  $E'_q, E_0$  が同一になるように変化する。負荷急変前後の  $E''$  が一定の値を保つように変化する期間を初期過渡状態、 $E'_q$  が一定の期間を過渡状態および  $E_0$  が一定の期間を定常状態という。

また、 $E''$  を初期過渡リアクタンス背後電圧、 $E'_q$  を過渡リアクタンス背後電圧という。

初期過渡状態では、界磁巻線および制動巻線の鎖交磁束は一定である。

初期過渡状態から過渡状態に移行する時定数は  $T_d''$  (短絡初期過渡時定数といい、約 0.02 ~ 0.05 秒である) である。負荷が正弦波状に変化する場合には、 $2\pi f T_d'' \geq 1$  即ち変動周波数  $f$  が 3~10(Hz) 以上であれば、初期過渡状態での負荷変動である。

整流器付同期機は 1 サイクルに 6 回線間短絡を生ずる変動の早い現象の繰返しであるので、初期過渡状態の現象といえる。

## 2.4 整流器付同期機の基本式

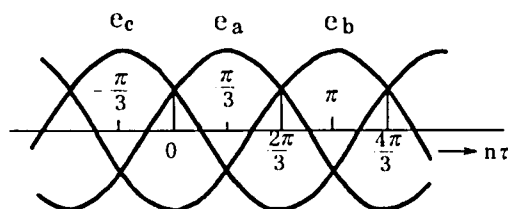
### 2.4.1 整流器付同期機の位相関係

直軸と a 相巻線軸との角度  $\theta$  は、 $\theta = n\tau + \theta_0$  で表わされる。時間軸  $\tau$  の原点を、無負荷時の a 相と c 相の交点とすると、 $\theta_0 = \pi/6$  となる。  $n$  は回転速度 (p.u.) である。

したがって、無負荷運転時では、 $u_q = n x_{ad} i_f$ 、 $u_d = 0$  であるので、(2.7) 式より各相電圧は

$$\left. \begin{aligned} e_a &= n x_{ad} i_f \sin(n\tau + \pi/6) \\ e_b &= n x_{ad} i_f \sin(n\tau + \pi/6 - 2\pi/3) \\ e_c &= n x_{ad} i_f \sin(n\tau + \pi/6 - 4\pi/3) \end{aligned} \right\} \text{----- (2.9)}$$

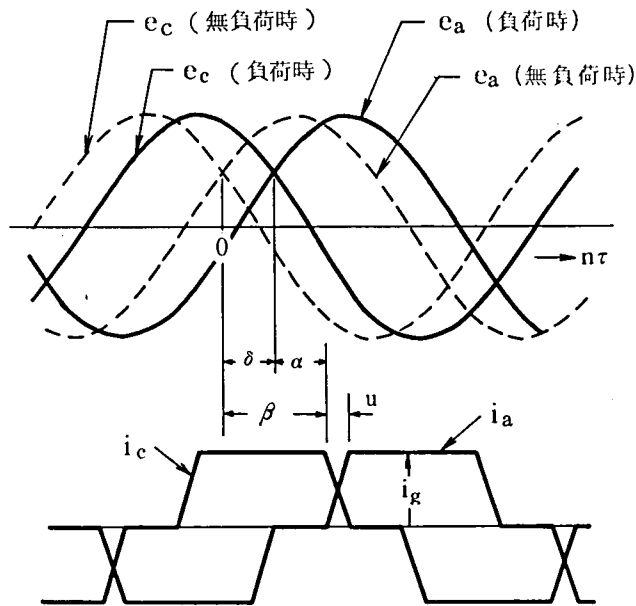
で表わされ、第 2.5 図のようになる。



第 2.5 図 無負荷電圧波形

負荷を取ると、発電機運転の場合、第 2.6 図に示すように、端子電圧の位相は無負荷時に対して  $\delta$  だけ遅れる。この角  $\delta$  を内部相差角という。また、同図の  $\alpha$  を制御角、 $u$  を重り角という。

いま、 $n\tau = \beta = \delta + \alpha$  で、a 相サイリスタに点弧指令を与えると、 $n\tau = \beta \sim \beta + u$  の期間で電流が c 相より a 相に転流し、電流  $i_a$  は 0 より整流装置直流側電流  $i_g$  になる。



第 2.6 図 負荷時の位相関係

なお、第 2.6 図の負荷時電圧波形は位相関係を分り易くするため、転流時の波形歪みを省略して示してある。

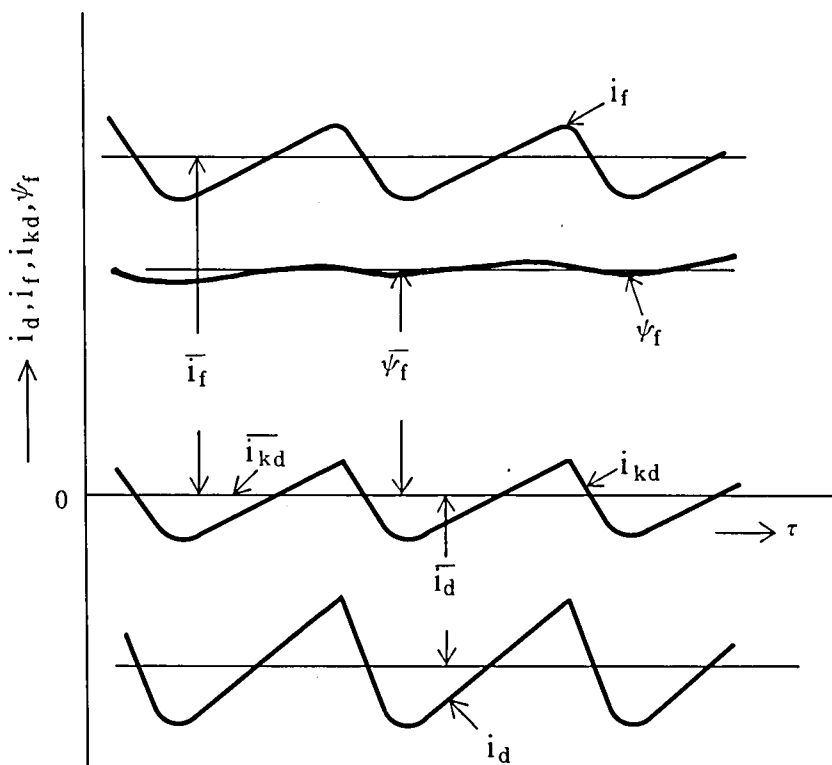
#### 2.4.2 鎖交磁束一定の理

第 2.1 図の 3 相純ブリッジ回路では、同期機の 2 軸量 ( $u_d, u_q, i_d, i_q, i_f, i_{kd}, i_{kq}, \varphi_d, \varphi_q, \varphi_{kd}, \varphi_{kq}$ ) は同期機の基本波周期  $2\pi/n$  (rad.) の  $1/6$ , すなわち  $\pi/3n$  を 1 サイクルとして変動する。

( 2.5 ), ( 2.6 ) 式に対して、この 1 サイクルの平均値を求めると、( 2.10 ) 式となる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{\varphi}_f &= x_f \cdot \bar{i}_f + x_{ad} (\bar{i}_d + \bar{i}_f + \bar{i}_{kd}) \\ \bar{\varphi}_{kd} &= x_{kd} \cdot \bar{i}_{kd} + x_{ad} (\bar{i}_d + \bar{i}_f + \bar{i}_{kd}) \\ \bar{\varphi}_{kq} &= x_{kq} \cdot \bar{i}_{kq} + x_{aq} (\bar{i}_q + \bar{i}_{kq}) \end{aligned} \right\} \text{----- (2.10)}$$

こゝで、 $\bar{\varphi}_f, \bar{\varphi}_{kd}, \bar{\varphi}_{kq}, \bar{i}_d, \bar{i}_q, \bar{i}_f, \bar{i}_{kd}, \bar{i}_{kq}$  はそれぞれ  $\varphi_f, \varphi_{kd}, \varphi_{kq}, i_d, i_q, i_f, i_{kd}, i_{kq}$  の平均値で、これらの関係を d 軸について示すと第 2.7 図のようになる。



第 2.7 図 d 軸量とその平均値の例

$i_{kd}$  は (2.3), (2.6) 式より,

$$(x_{ad} + x_{kd}) \frac{di_{kd}}{d\tau} + r_{kd} i_{kd} = -x_{ad} \frac{d}{d\tau} (i_d + i_f) \text{----- (2.11)}$$

となるが、(2.11) 式の右辺も  $\pi/3n$  を周期とする周期関数であるので、定常状態では  $i_{kd}$  の平均値は  $\bar{i}_{kd} = 0$  となる。同様に  $\bar{i}_{kq} = 0$  である。

一方、整流器付同期機は、基本波周期の 1/6 を 1 サイクルとして変動する非常に早い現象で



あるので、界磁巻線および制動巻線の鎖交磁束は、ほぼ一定であると考えてよい。（鎖交磁束一定の理）

したがって、 $\varphi_f = \bar{\varphi}_f$ ,  $\varphi_{kd} = \bar{\varphi}_{kd}$ ,  $\varphi_{kq} = \bar{\varphi}_{kq}$  となるので、(2.10)式は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \varphi_f &= x_f \bar{i}_f + x_{ad} (\bar{i}_d + \bar{i}_f) \\ \varphi_{kd} &= x_{ad} (\bar{i}_d + \bar{i}_f) \\ \varphi_{kq} &= x_{aq} \bar{i}_q \end{aligned} \right\} \text{----- (2.12)}$$

(2.5), (2.6)および(2.12)式より

$$\left. \begin{aligned} (x_{ad} + x_f)(i_f - \bar{i}_f) + x_{ad} i_{kd} &= -x_{ad}(i_d - \bar{i}_d) \\ x_{ad}(i_f - \bar{i}_f) + (x_{ad} + x_{kd}) i_{kd} &= -x_{ad}(i_d - \bar{i}_d) \\ (x_{aq} + x_{kq}) i_{kq} &= -x_{aq}(i_q - \bar{i}_q) \end{aligned} \right\} \text{..... (2.13)}$$

となるので、 $i_f$ ,  $i_{kd}$  および  $i_{kq}$  は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} i_f &= \bar{i}_f - \frac{x_{ad} x_{kd} (i_d - \bar{i}_d)}{x_f x_{kd} + x_f x_{ad} + x_{ad} x_{kd}} \\ i_{kd} &= -\frac{x_{ad} x_f (i_d - \bar{i}_d)}{x_f x_{kd} + x_f x_{ad} + x_{ad} x_{kd}} \\ i_{kq} &= -\frac{x_{aq} (i_q - \bar{i}_q)}{x_{aq} + x_{kq}} \end{aligned} \right\} \text{..... (2.14)}$$

これを(2.4)式に代入して

$$\left. \begin{aligned} \varphi_d &= x_d''(i_d - \bar{i}_d) + x_d \bar{i}_d + x_{ad} \bar{i}_f \\ \varphi_q &= x_q''(i_q - \bar{i}_q) + x_q \bar{i}_q \end{aligned} \right\} \text{..... (2.15)}$$

が求まる。

ここで、 $x_d''$ ,  $x_q''$  は d, q 軸の初期過渡リアクタンスで次式で与えられる。

$$\begin{aligned} x_d'' &= x_1 + \frac{x_{ad} \cdot x_f \cdot x_{kd}}{x_{ad} x_f + x_{ad} x_{kd} + x_f x_{kd}} \\ x_q'' &= x_1 + \frac{x_{aq} \cdot x_{kq}}{x_{aq} + x_{kq}} \end{aligned} \text{..... (2.16)}$$

( 2.14 ) , ( 2.15 ) 式は、鎖交磁束一定の理が成立する周期現象に対して、一般的に成立する。整流器付同期機の基本式は、この両式と整流器の動作条件を組合せて導かれる。

以下に、同期機 2 軸量の 1 サイクルである  $\pi/3n$  の間を、通常通電期間 ( $n\tau = \beta + u \sim \beta + \pi/3$ ) と転流期間 ( $n\tau = \beta \sim \beta + u$ ) に分けて解析する。

### 2.4.3 通常通電期間の方程式

整流装置の直流側電流を  $i_g$  とすると、各相の電機子電流は

$$i_a = i_g, i_b = -i_g, i_c = 0$$

となるので、2 軸成分で表わした電流は ( 2.8 ) 式より

$$i_d = \frac{2}{\sqrt{3}} i_g \cos(n\tau + \frac{\pi}{3}) \quad \text{-----} \quad (2.17)$$

$$i_q = \frac{2}{\sqrt{3}} i_g \sin(n\tau + \frac{\pi}{3}) \quad \text{-----} \quad (2.18)$$

となる。一方 ( 2.17 ) , ( 2.18 ) 式より、

$$\left. \begin{aligned} \frac{di_d}{d\tau} &= -n i_q \\ \frac{di_q}{d\tau} &= n i_d \end{aligned} \right\} \quad \text{-----} \quad (2.19)$$

となるので、( 2.1 ) , ( 2.15 ) , ( 2.19 ) 式より 2 軸で表わした電圧は

$$\left. \begin{aligned} u_d &= n \{ (x_d'' - x_q'') i_q - (x_q - x_q'') \bar{i}_q \} \\ u_q &= n \{ (x_d'' - x_q'') i_d + (x_d - x_d'') \bar{i}_d + x_{ad} \bar{i}_f \} \end{aligned} \right\} \quad \text{----} \quad (2.20)$$

となる。

### 2.4.4 転流期間の方程式

転流期間 ( $n\tau = \beta \sim \beta + u$ ) の各相の電機子電流は

$$i_a + i_c = i_g, i_b = -i_g$$

となるので、2軸成分で表わした電流は

$$i_d = \frac{2}{\sqrt{3}} \{ i_a \cos(n\tau) - i_g \sin(n\tau + \pi/6) \} \quad (2.21)$$

$$i_q = \frac{2}{\sqrt{3}} \{ i_a \sin(n\tau) + i_g \cos(n\tau + \pi/6) \} \quad (2.22)$$

となる。

また、(2.1)、(2.15)、(2.21)、(2.22)式より、2軸で表わした電圧は

$$\left. \begin{aligned} u_d &= n(x_d'' - x_q'') i_q - n(x_q - x_q'') \bar{i}_q - \frac{2}{\sqrt{3}} x_d'' \frac{di_a}{d\tau} \cos(n\tau) \\ u_q &= n(x_d'' - x_q'') i_d + n \{ x_{ad} \bar{i}_f + (x_d - x_d'') \bar{i}_d \} \\ &\quad - \frac{2}{\sqrt{3}} x_q'' \frac{di_a}{d\tau} \sin(n\tau) \end{aligned} \right\} \quad (2.23)$$

となる。

一方、転流時には  $e_a = e_c$  であるので、(2.7)式より  $u_d \cos(n\tau) + u_q \sin(n\tau) = 0$  となる。

従って、(2.23)式より電流  $i_a$  に関して次の関係が成立する。

$$\begin{aligned} & \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{di_a}{d\tau} \{ x_d'' \cos^2(n\tau) + x_q'' \sin^2(n\tau) \} \\ &= n(x_d'' - x_q'') \{ i_d \sin(n\tau) + i_q \cos(n\tau) \} \\ &\quad + n \{ x_{ad} \bar{i}_f + (x_d - x_d'') \bar{i}_d \} \sin(n\tau) \\ &\quad - n(x_q - x_q'') \bar{i}_q \cos(n\tau) \quad (2.24) \end{aligned}$$

$x_d''$ 、 $x_q''$  は  $x_d$ 、 $x_q$ 、 $x_{ad}$  の約 10～20% で、しかも  $0.8 < x_q''/x_d'' < 1.6$  (多くの同期機では、 $x_d'' \approx x_q''$  である) であるので、(2.24)式の右辺の第1項は、第2,3項に比べて無視してよい。

また、左辺のかっこ内を  $x_t$  とおくと、 $x_d'' \approx x_q''$  または転流期間  $u$  が小さければ、 $x_t$  は定数と考えてよく、(2.24)式は次のように簡略化できる。

$$\frac{2}{\sqrt{3}} x_t \frac{di_a}{d\tau} = u_t \sin(n\tau - \delta) \quad (2.25)$$

こゝで、

$$u_1 = n \sqrt{\{x_{ad} \bar{i}_f + (x_d - x_d'') \bar{i}_d\}^2 + \{(x_q - x_q'') \bar{i}_q\}^2} \quad (2.26)$$

$$\left. \begin{aligned} \delta &= \tan^{-1} \frac{(x_q - x_q'') \bar{i}_q}{x_{ad} \bar{i}_f + (x_d - x_d'') \bar{i}_d} \\ &= \sin^{-1} \frac{n(x_q - x_q'') \bar{i}_q}{u_1} \end{aligned} \right\} \quad (2.27)$$

なお、2.5項で述べるように、 $x_t$  (転流リアクタンス) を(2.29)式で与えれば、実用上一般的に成立する。

## 2.5 転流リアクタンス<sup>(9)</sup>

整流器付同期機の特性を解析するときに、転流リアクタンスは重要な量である。(2.24)式の右辺は転流時に整流器を通して、電機子巻線が2相短絡されるときに電流を規定する電圧を表わし、左辺はリアクタンスによる電圧降下を表わしている。

したがって、(2.24)式の左辺のカッコ内が転流リアクタンス $x_t$ となり、

$$\begin{aligned} x_t &= x_d'' \cos^2(n\tau) + x_q'' \sin^2(n\tau) \\ &= \frac{x_d'' + x_q''}{2} + \frac{x_d'' - x_q''}{2} \cos(2n\tau) \quad (2.28) \end{aligned}$$

で与えられる。

従来転流リアクタンスは直軸初期過渡リアクタンス $x_d''$ と考えられていたが、転流は $n\tau = \delta + \alpha \sim \delta + \alpha + u$ の間で行われるので、転流リアクタンス $x_t$ は転流の間で時々刻々変化すると考えなければならない。

取り扱いを簡単にするため、(2.25)式の転流方程式を用いる場合には、転流リアクタンス $x_t$ を定数化しなければならない。

$x_d'' \approx x_q''$  または重り角 $u$ が小さい場合には、 $x_t$ は定数と考えられるが、この条件を満たさない場合の定数化の一方法として、 $x_t$ を転流期間の中間( $n\tau = \beta + \frac{u}{2} = \delta + \alpha + \frac{u}{2}$ )の値とすると、

$$x_t = x_2 + \frac{x_d'' - x_q''}{2} \cos(2\delta + 2\alpha + u) \quad (2.29)$$

となる。こゝで、 $x_2$ は逆相リアクタンスで

$$x_2 = \frac{x_d'' + x_q''}{2} \quad \text{-----} \quad (2.30)$$

である。

4.6.2項に示すように、 $x_q''/x_d'' \approx 1.6$ ， $u = 46^\circ$  の整流器付同期機において、 $x_l$  を ( 2.29 ) 式、転流方程式を ( 2.25 ) 式で計算した結果は実測結果と良く一致している。

したがって、( 2.25 ) 式の転流方程式は、 $x_l$  を ( 2.29 ) 式で与えれば、実用上一般的に成立すると考えられる。

## 2.6 結 言

本章の要点は次の通りである。

(1) 整流器付同期機が線間短絡の繰返し現象であることに着目して、 $d, q$  軸電機子電流および界磁電流の平均値  $\bar{i}_d$ ， $\bar{i}_q$ ， $\bar{i}_f$  を導入し、しかも鎖交磁束一定の理を用いて、整流器付同期機の基本式の導出を行った。

(2) 鎖交磁束一定の理が成立する同期機の界磁巻線および制動巻線鎖交磁束は、( 2.12 ) 式に示すように、各巻線の平均電流  $\bar{i}_d$ ， $\bar{i}_q$ ， $\bar{i}_f$  で表わされることを示した。

(3) 上記 ( 2.12 ) 式と Park の方程式から、電機子巻線鎖交磁束、界磁巻線および制動巻線電流を導き、さらに整流器の動作を考慮して、整流器付同期機の電圧・電流の基本式を導いた。

なお、この基本式は転流方程式、ベクトル図 ( 第 3 章 ) および脈動トルク ( 第 6 章 ) の導出に用いられる。

(4) 整流器付同期機の厳密な転流方程式 ( 2.24 式 ) を導出した。この式により、転流時のすべての現象を解析することができる。

この転流方程式から、転流リアクタンス  $x_l$  は制御角と重り角によって変るだけでなく、転流期間中も値が変化することを示した。

また、 $x_l$  を定数化する場合には、( 2.29 ) 式で近似できることを示した。

(5) 転流リアクタンス  $x_l$  を ( 2.29 ) 式で表わすと、転流方程式は ( 2.25 ) 式のように簡略化できる。

### 第3章 整流器付同期機のベクトル図と等価回路

#### 3.1 負荷時の同期機端子電圧

前章で述べたように，整流器付同期機の転流方程式は，転流リアクタンス  $x_t$  を (2.29) 式で与えれば，近似的に (2.25) 式で与えられ，次のようになる。

$$\frac{2}{\sqrt{3}} x_t \frac{di_a}{d\tau} = u_1 \sin(n\tau - \delta) \quad \dots\dots\dots (3.1)$$

こゝで，

$$u_1 = n \sqrt{\{x_{ad} \bar{i}_f + (x_d - x_d'') \bar{i}_d\}^2 + \{(x_q - x_q'') \bar{i}_q\}^2} \quad \dots\dots\dots (3.2)$$

$$\left. \begin{aligned} \delta &= \tan^{-1} \frac{(x_q - x_q'') \bar{i}_q}{x_{ad} \bar{i}_f + (x_d - x_d'') \bar{i}_d} \\ &= \sin^{-1} \frac{n (x_q - x_q'') \bar{i}_q}{u_1} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (3.3)$$

また，転流時の各相電圧  $e_a, e_b, e_c$  は，(2.7)，(2.23) 式より次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} e_a &= u_1 \sin(n\tau + \pi/6 - \delta) - x_t \frac{di_a}{d\tau} \\ e_b &= u_1 \sin(n\tau + \pi/6 - \delta - 2\pi/3) \\ e_c &= u_1 \sin(n\tau + \pi/6 - \delta - 4\pi/3) + x_t \frac{di_a}{d\tau} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (3.4)$$

一方，通常通電期間の各相電圧は，(2.7)，(2.20) 式より次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} e_a &= u_1 \sin(n\tau + \pi/6 - \delta) \\ e_b &= u_1 \sin(n\tau + \pi/6 - \delta - 2\pi/3) \\ e_c &= u_1 \sin(n\tau + \pi/6 - \delta - 4\pi/3) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (3.5)$$

$\bar{i}_f, \bar{i}_d$  および  $\bar{i}_q$  は平均値で一定な値であるので， $u_1$  は転流期間か否かには無関係な一定の電圧値である。ただし，上式は  $x_d' \approx x_d''$  と近似して導出した。

(3.4)，(3.5) 式から分るように，通常通電期間では各相電圧の波高値は  $u_1$  で，転流期間では転流相の電圧は  $u_1$  に対して転流リアクタンス電圧  $x_t di_a/d\tau$  だけ増減したものとなることを意味している。

したがって電圧  $u_1$  は転流リアクタンス降下がなければ、同期機の電機子電圧となるので、本論文では仮想出力電圧と称することにする。

なお、第 2.4 図と後述の第 3.2 図のベクトル図より、電圧  $u_1$  は同期機の初期過渡リアクタンス背後電圧に相当する。

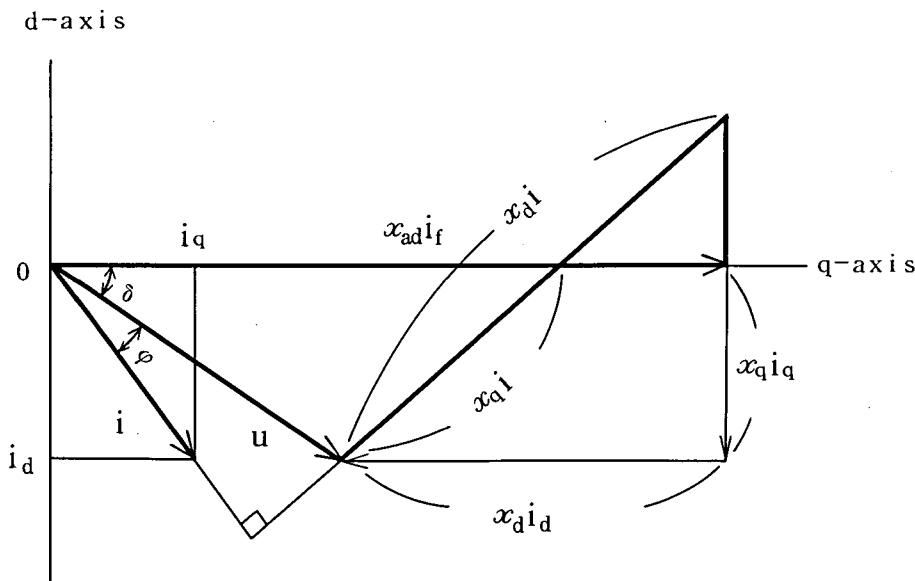
### 3.2 ベクトル図<sup>(9)(10)</sup>

第 3.1 図は定格速度 ( $n = 1$ ) で運転している通常同期機のベクトル図である。通常同期機では、電機子電圧と電流の時間波形は、基本波成分のみ存在し、 $u$  と  $i$  は単位法で表わした波高値と位相の関係を示すベクトル量である。

$i_d$  ,  $i_q$  は電流  $i$  の  $d$  ,  $q$  軸成分で、物理的には 3 相電流によって生ずる起磁力 (空間的に正弦波分布をし、同期速度で回転する) を同期速度で回転する  $d$  ,  $q$  軸に投影した値である。

過渡現象を伴っている場合には、 $i_d$  ,  $i_q$  は変動する値であるが、定常状態では、 $i_d$  ,  $i_q$  は一定値である。また逆に、 $i_d$  ,  $i_q$  が交流分のない一定の値であるならば、電機子電流は基本波の正弦波波形となる。

なお第 3.1 図では、 $i_d$  は負、 $i_q$  は正として示してある。



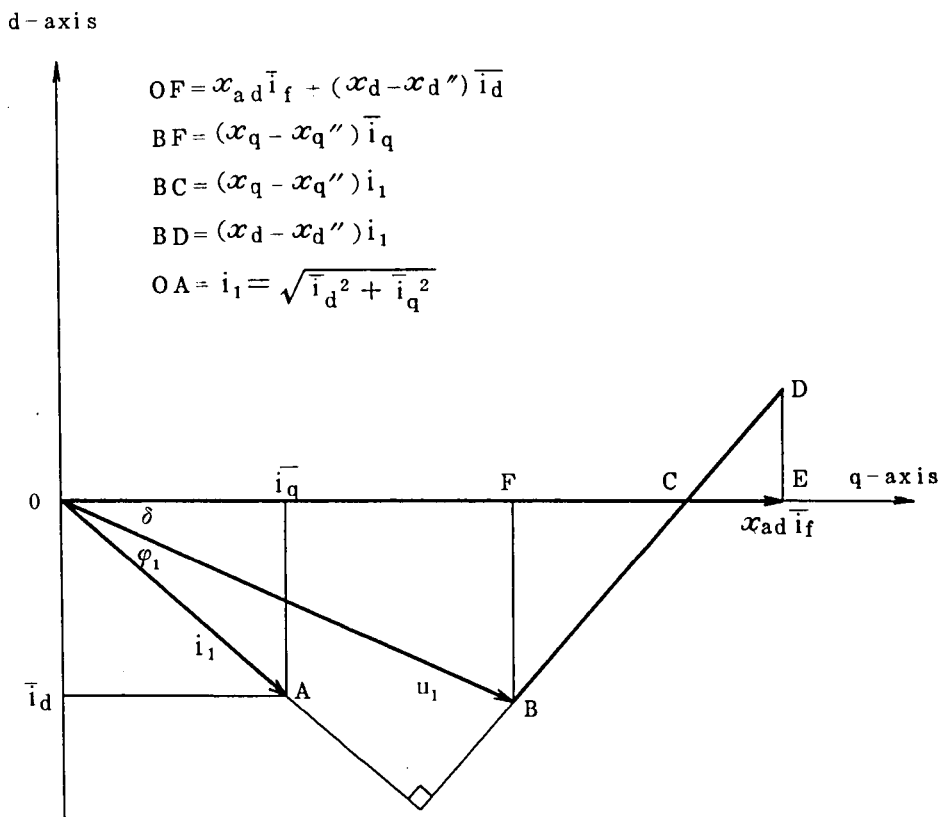
第 3.1 図 通常同期機のベクトル図

同図より、端子電圧  $u$  は次式で表わされる。

$$u = \sqrt{(x_{ad} i_f + x_d i_d)^2 + (x_q i_q)^2} \quad \dots\dots\dots (3.6)$$

一方、(3.2) 式は整流器付同期機の仮想出力電圧  $u_1$  と  $i_d$  ,  $i_q$  および  $i_f$  の直流分との関係を表わし、 $u_1$  は転流期間か否かに無関係な値である。

(3.2) 式と (3.6) 式の対比より、 $n = 1$  における整流器付同期機のベクトル図は、第 3.2 図によって示されることが分る。



第 3.2 図 整流器付同期機のベクトル図 ( $n=1$ )

平均値  $\bar{i}_d$  ,  $\bar{i}_q$  は電機子電流の基本波  $i_1$  に対する  $d$  ,  $q$  軸成分を表わしており、 $i_1$  は次式で与えられる。

$$i_1 = \sqrt{\bar{i}_d^2 + \bar{i}_q^2} \quad \dots\dots\dots (3.7)$$

$\phi_1$  は仮想出力電圧  $u_1$  と基本波電流  $i_1$  の位相角であるので、 $\cos \phi_1$  は基本波力率である。

$\delta$  は仮想出力電圧  $u_1$  と  $q$  軸の位相角であって、 $i_1$  と  $\phi_1$  を用いて次式で表わすことも出来る。



$$\delta = \tan^{-1} \frac{n(x_q - x_q'') i_1 \cos \varphi_1}{u_1 + n(x_q - x_q'') i_1 \sin \varphi_1} \dots\dots\dots (3.8)$$

以上より、第 3.2 図は整流器付同期機の基本波に関するベクトル図であることが分る。

第 3.1 図と第 3.2 図の対比より、整流器付同期機のベクトル図は、通常同期機のベクトル図とはゞ同一であるが、 $x_d$ 、 $x_q$  がそれぞれ  $x_d - x_d''$ 、 $x_q - x_q''$  に置き換っている点がいっている。

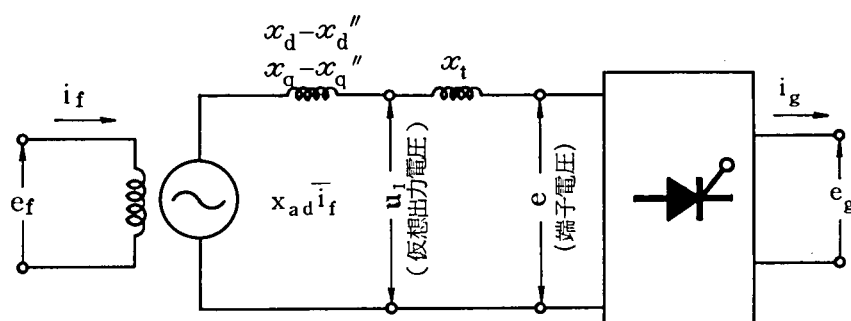
無限大母線から変圧器を通して整流器が接続されている場合には、変圧リアクタンスが転流リアクタンスとなるが、整流器付同期機の場合には、初期過渡リアクタンスが転流リアクタンスとなり、仮想出力電圧  $u_1$  が無限大母線に対応する電圧となる。

しかし、この電圧は無限大母線と違って、励磁電流によって変り、また励磁電流が一定であっても、負荷の大きさによっても変る値である。

### 3.3 等価回路

整流器付同期機では、以上の説明でも分るように、仮想出力電圧  $u_1$  を端子電圧とし、転流リアクタンス  $x_t$  は外部リアクタンスとして取り扱う方が便利である。

第 3.3 図に整流器付同期機の等価回路を示す。



第 3.3 図 整流器付同期機の等価回路

仮想出力電圧  $u_1$  は、転流による高調波を含まない純正弦波電圧であり、また実際に観測可能な同期機端子電圧  $e$  は、整流器の転流のために、波形は歪んだものとなる。

なお、仮想出力電圧  $u_1$  の全波形は実測不可能であるが、通常通電期間での端子電圧  $e$  の波形によって推定できる。

励磁電源から供給される界磁電流  $i_f$  と仮想出力電圧  $u_1$  の間の関係を求めるには、第 3.2 図のベクトル図からも分るように、同期機のリアクタンス以外に仮想出力電圧  $u_1$ 、電機子電流の

基本波成分  $i_1$  および基本波力率  $\cos \varphi_1$  を知る必要がある。これは第 4 章にて述べる。

### 3.4 結 言

本章の要点は次の通りである。

(1) 仮想的な同期機端子電圧である仮想出力電圧を定義し，新たに導入した。

仮想出力電圧は正弦波波形であり，負荷および界磁電流によってその値が変化する電圧で，物理的には初期過渡リアクタンス背後電圧であることを示した。

(2) 第 2 章で求めた電機子電流の平均値  $\bar{i}_d$ ， $\bar{i}_q$  は，電機子電流の基本波成分に対応した値であることを示した。

(3) 電機子電流と界磁電流の平均値  $\bar{i}_d$ ， $\bar{i}_q$  と仮想出力電圧の関係式より，定常状態の整流器付同期機の特性を表わすベクトル図を導出した。

(4) 整流器付同期機のベクトル図は，通常同期機のベクトル図における  $x_d$ ， $x_q$  がそれぞれ  $x_d - x_d''$ ， $x_q - x_q''$  になることを明らかにした。

(5) 仮想出力電圧と端子電圧の関係から，整流器付同期機の等価回路を導いた。整流器付同期機と無限大母線に接続される整流器用変圧器を比較すると，仮想出力電圧  $u_1$  が無限大母線に，転流リアクタンス  $x_l$  が変圧器漏れリアクタンスに対比できることを示した。

## 第 4 章 整流器付同期機の特性

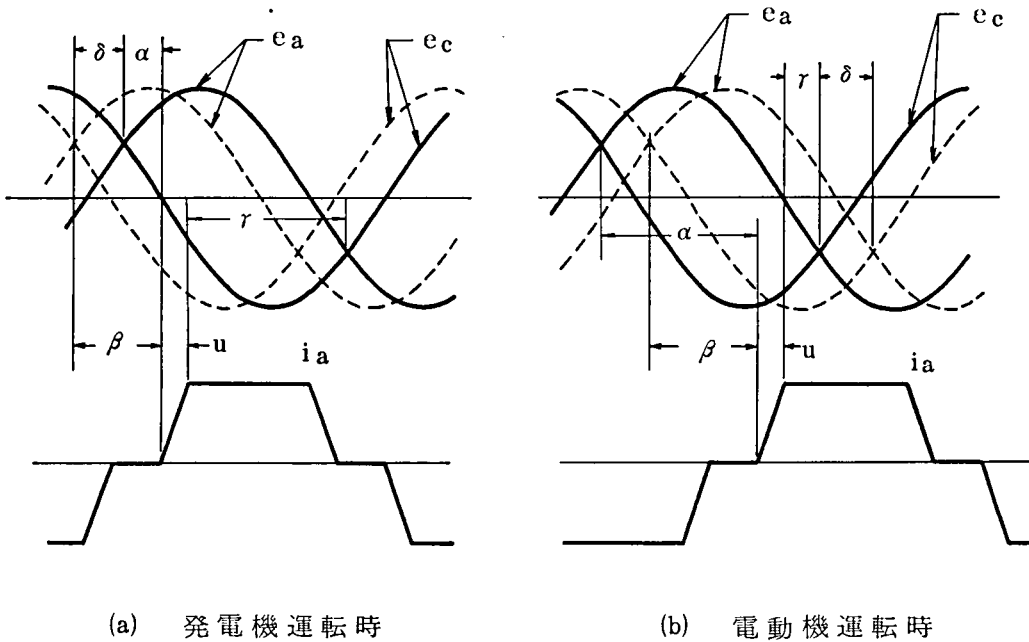
### 4.1 発電機運転と電動機運転の関係

前章までに誘導した式は，発電機を基準にして行ったが，これらは電動機運転にも使用できる。

電動機運転は整流器をインバータとして用い，余裕角制御が用いられることが多い。

しかし，電動機運転に適用する場合は，制御角  $\alpha$  が 90 度以上になる不便さがあるので，転流余裕角  $r$  を用いて表現した方が簡単な場合が多い。

これら制御角，重り角の関係を第 4.1 図に示す。



第 4.1 図 制御角と重り角の関係

図に示すように

$$\alpha + r + u = \pi \quad \text{..... ( 4.1 )}$$

の関係があるので， $\alpha$  を用いて表わした発電機運転の結果を，電動機運転の  $r$  を用いて表わすことが出来る。ほとんどの特性式は， $\alpha$  を  $r$  に置き換えて使える。

したがって，本章に述べる特性図には， $\alpha$  と  $r$  を併記して示した。

## 4.2 電機子電流

転流期間 ( $n\tau = \beta \sim \beta + u$ ) の電機子電流  $i_a, i_c$  は,  $n\tau = \beta$  で  $i_a = 0$  の条件のもとで, (3.1) 式を解くことにより求まる。

$$i_a = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{u_1}{n x_t} \{ \cos(\beta - \delta) - \cos(n\tau - \delta) \} \dots\dots\dots (4.2)$$

$$i_c = i_g - \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{u_1}{n x_t} \{ \cos(\beta - \delta) - \cos(n\tau - \delta) \} \dots\dots\dots (4.3)$$

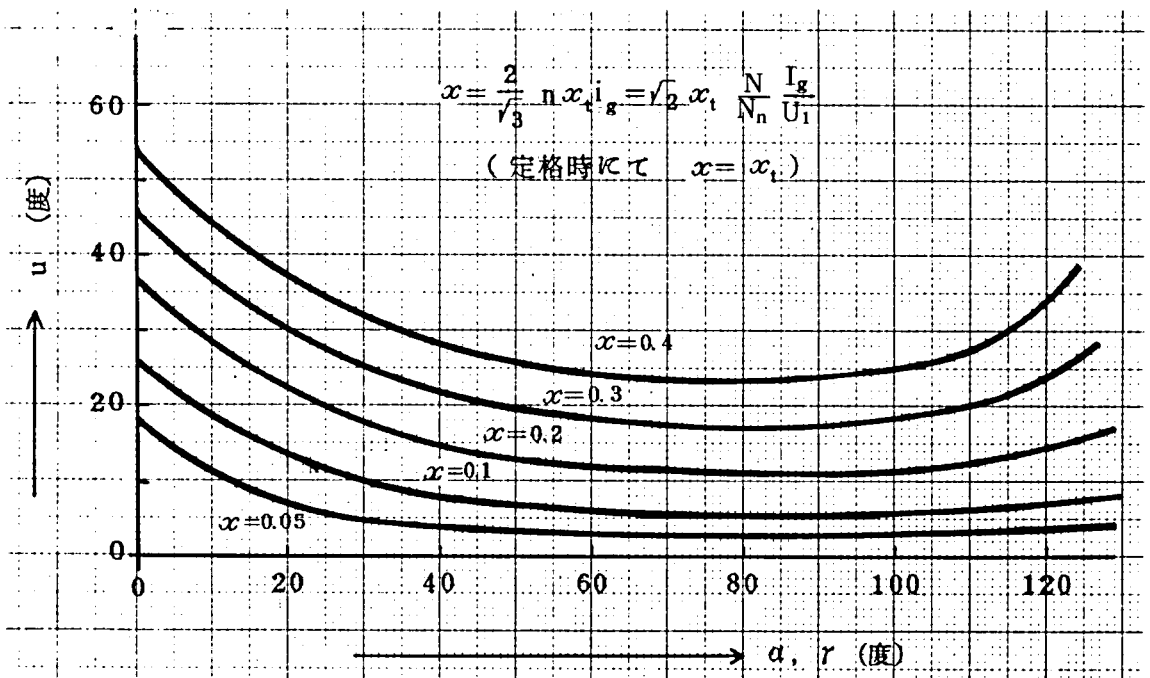
一方,  $i_a$  は  $n\tau = \beta + u$  において,  $i_a = i_g$  となるので, これらの条件を (4.2) 式に代入すると,

$$2 \sin\left(\beta - \delta + \frac{u}{2}\right) \sin \frac{u}{2} = \frac{2 n x_t i_g}{\sqrt{3} u_1} \dots\dots\dots (4.4)$$

が成立する。第 4.1 図より,  $\alpha = \beta - \delta$  であるので, (4.4) 式は次式となる。

$$2 \sin\left(\alpha + \frac{u}{2}\right) \sin \frac{u}{2} = \frac{2 n x_t i_g}{\sqrt{3} u_1} \dots\dots\dots (4.4)'$$

重り角  $u$  と  $\alpha$  (または  $r$ ) および (4.4)' 式の右辺  $x$  (なお,  $x = \frac{2 n x_t i_g}{\sqrt{3} u_1}$  は, 定格状態では 4.5 項で述べるように,  $n=1, u_1=1, i_g=\sqrt{3}/2$  であるので,  $x=x_t$  である) の関係を, 縦軸を重り角  $u$ , 横軸を  $\alpha$  または  $r$  とし,  $x$  をパラメータとして図示したのが第 4.2 図である。



第 4.2 図 重り角  $u$

電流  $i_a, i_c$  は ( 4.2 ) , ( 4.3 ) , ( 4.4 )' 式より,  $u_l, x_l$  を消去して次式で与えられる。

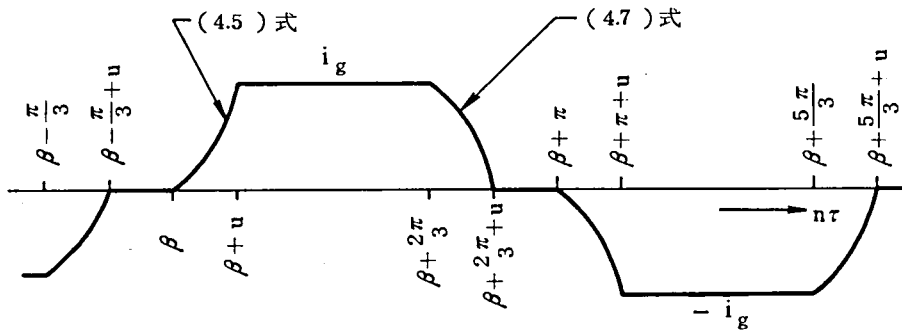
$$i_a = \frac{\cos \alpha - \cos(n\tau - \delta)}{2 \sin(\alpha + \frac{u}{2}) \sin \frac{u}{2}} \cdot i_g \quad \dots\dots\dots ( 4.5 )$$

$$i_c = \left\{ 1 - \frac{\cos \alpha - \cos(n\tau - \delta)}{2 \sin(\alpha + \frac{u}{2}) \sin \frac{u}{2}} \right\} \cdot i_g \quad \dots\dots\dots ( 4.6 )$$

通常通電期間 ( $n\tau = \beta + u \sim \beta + \pi/3$ ) の電機子電流  $i_a$  は  $i_g$  であり, a 相電流の次の転流期間 ( $n\tau = \beta + 2\pi/3 \sim \beta + 2\pi/3 + u$ ) の値は

$$i_a = \left\{ 1 - \frac{\cos \alpha - \cos(n\tau - 2\pi/3 - \delta)}{2 \sin(\alpha + \frac{u}{2}) \sin \frac{u}{2}} \right\} \cdot i_g \quad \dots\dots\dots ( 4.7 )$$

となる。( 4.5 ) , ( 4.7 ) 式より  $i_a$  の波形は第 4.3 図のようになる。



第 4.3 図 電機子電流  $i_a$  の波形

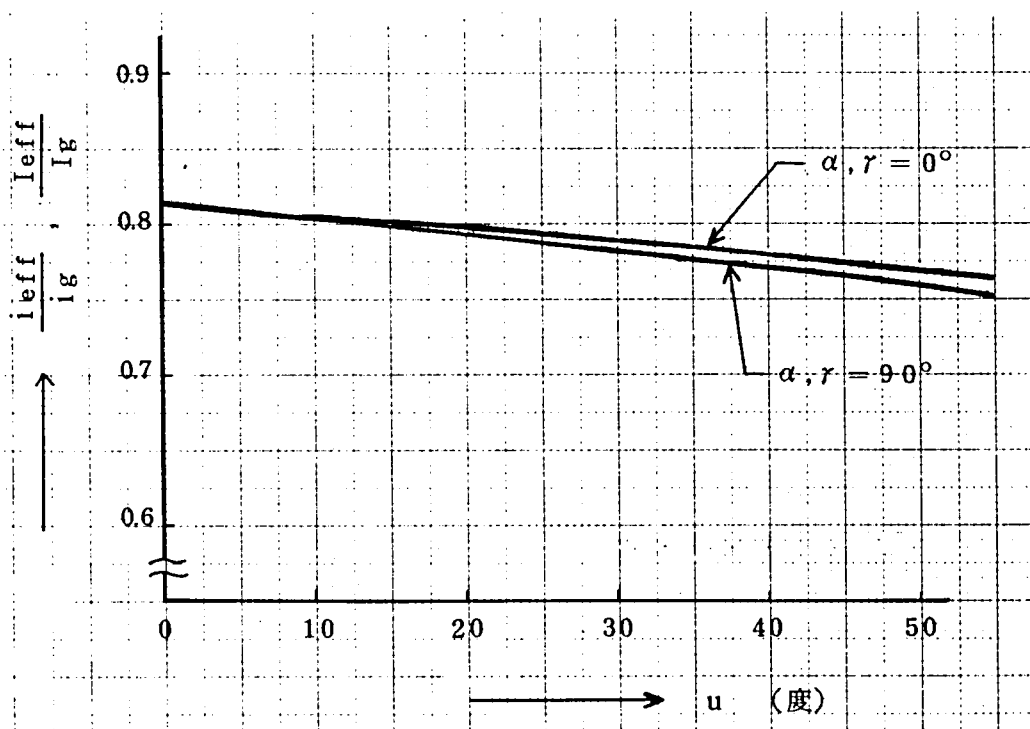
第 4.3 図より, 電機子電流の実効値は次式によって与えられる。

$$\begin{aligned} i_{\text{eff}} &= \sqrt{\frac{1}{\pi} \left\{ \int_{\beta}^{\beta+u} \{ i_a (4.5 \text{ 式}) \}^2 d(n\tau) + \int_{\beta+u}^{\beta+\frac{2\pi}{3}} i_g^2 d(n\tau) + \int_{\beta+\frac{2\pi}{3}}^{\beta+\frac{2\pi}{3}+u} \{ i_a (4.7 \text{ 式}) \}^2 d(n\tau) \right\}} \\ &= \sqrt{\frac{2}{3}} i_g \phi(\alpha, u) \quad \dots\dots\dots ( 4.8 ) \end{aligned}$$

こゝで,

$$\phi(\alpha, u) = \sqrt{1 - \frac{3}{2\pi} \cdot \frac{\sin u \cdot \{ 2 + \cos(2\alpha + u) \} - u \{ 1 + 2 \cos \alpha \cdot \cos(\alpha + u) \}}{\{ \cos \alpha - \cos(\alpha + u) \}^2}} \quad \dots\dots\dots ( 4.9 )$$

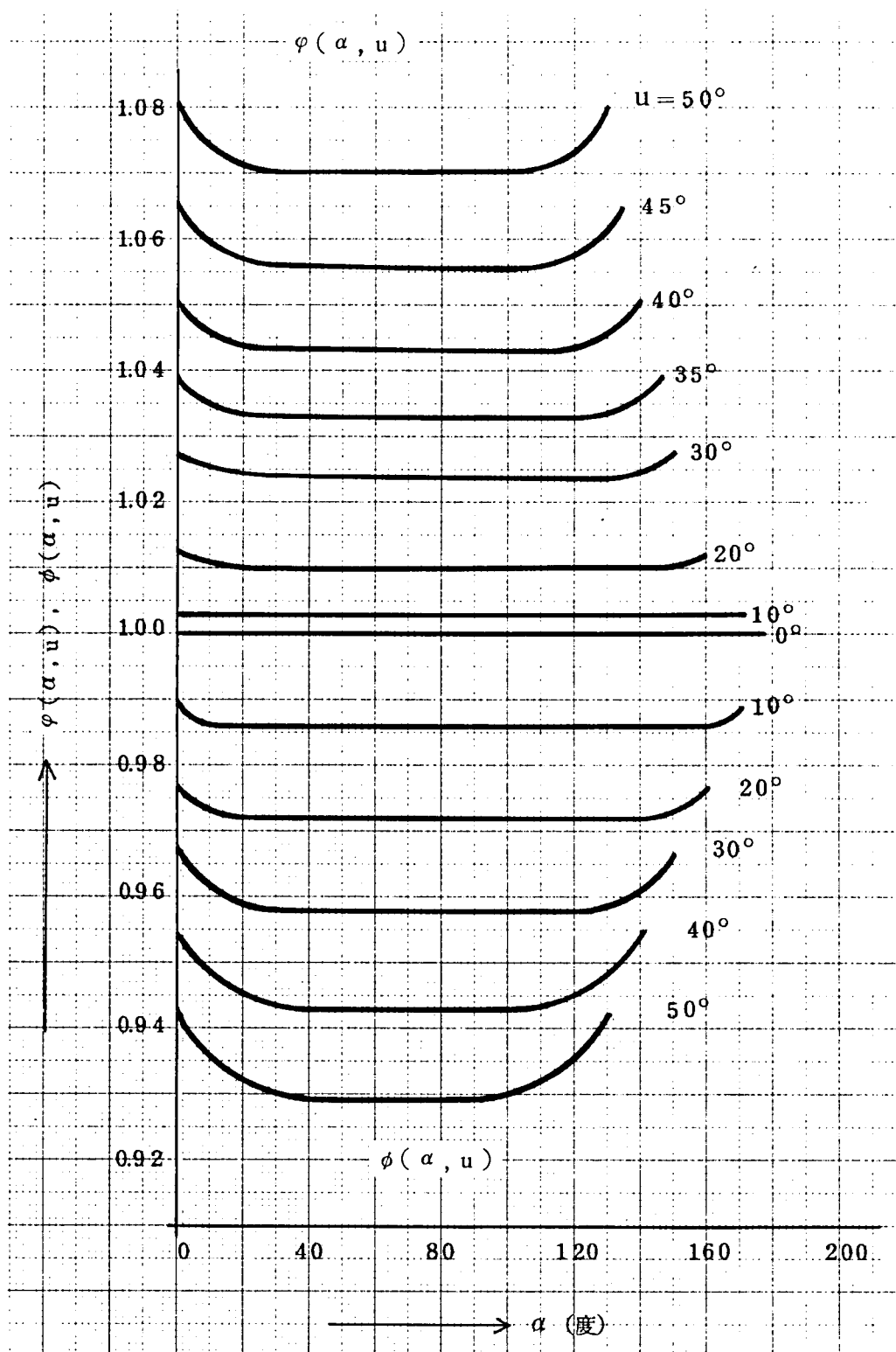
縦軸を  $i_{\text{eff}} / i_g$ , 横軸を  $u$  とし,  $\alpha$  または  $r$  をパラメータとして求めた曲線を第 4.4 図に, 縦軸を  $\phi(\alpha, u)$ , 横軸を  $\alpha$  とし,  $u$  をパラメータとして求めた曲線を第 4.5 図に示す。



第 4.4 図 実効値電流

一方,  $i_d, i_q$  は 2.4.2 項で述べたように,  $\pi/3n$  を周期とする周期関数であり, (2.17), (2.18), (2.21), (2.22) および (4.5) 式で与えられるので,  $i_d, i_q$  の平均値は次式となる。

$$\begin{aligned} \overline{i_d} &= \frac{3}{\pi} \left\{ \int_{\beta}^{\beta+u} i_d (2.21 \text{ 式}) d(n\tau) + \int_{\beta+u}^{\beta+\pi/3} i_d (2.17 \text{ 式}) d(n\tau) \right\} \\ &= -\frac{2\sqrt{3}}{\pi} i_g \left\{ \sin\left(\beta + \frac{u}{2}\right) \cos \frac{u}{2} + \frac{1}{4} \frac{(u - \sin u) \cos \delta}{\sin\left(\alpha + \frac{u}{2}\right) \sin \frac{u}{2}} \right\} \dots\dots\dots (4.10) \\ \overline{i_q} &= \frac{3}{\pi} \left\{ \int_{\beta}^{\beta+u} i_q (2.22 \text{ 式}) d(n\tau) + \int_{\beta+u}^{\beta+\pi/3} i_q (2.18 \text{ 式}) d(n\tau) \right\} \end{aligned}$$



第 4.5 图  $\phi(\alpha, u)$ ,  $\phi(\alpha, u)$

$$= \frac{2\sqrt{3}}{\pi} i_g \left\{ \cos \left( \beta + \frac{u}{2} \right) \cos \frac{u}{2} - \frac{1}{4} \cdot \frac{(u - \sin u) \sin \delta}{\sin \left( \alpha + \frac{u}{2} \right) \sin \frac{u}{2}} \right\} \quad \dots\dots\dots (4.11)$$

$\bar{i}_d, \bar{i}_q$  より, 電機子電流の基本波成分  $i_1$  は

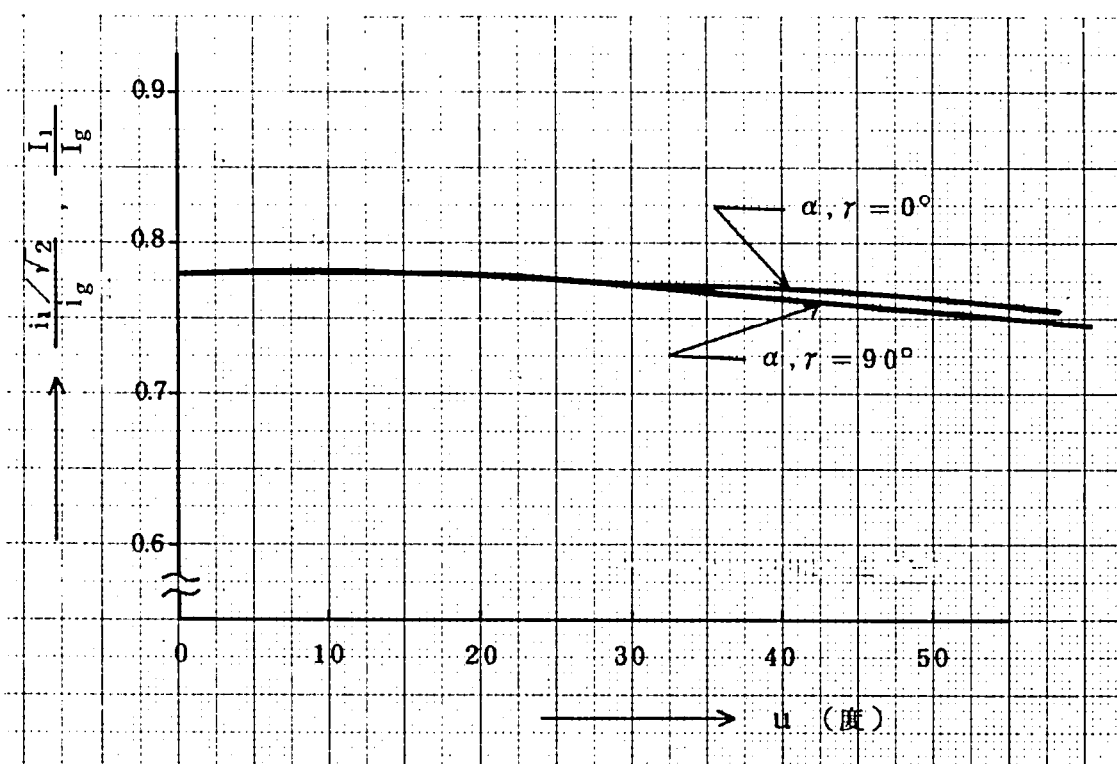
$$i_1 = \sqrt{\bar{i}_d^2 + \bar{i}_q^2} = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} i_g \cos \frac{u}{2} \cdot \varphi(\alpha, u) \quad \dots\dots\dots (4.12)$$

ここで

$$\varphi(\alpha, u) = \sqrt{1 + \frac{u - \sin u}{\sin u} + \left\{ \frac{u - \sin u}{2 \sin u \sin \left( \alpha + \frac{u}{2} \right)} \right\}^2} \quad \dots\dots\dots (4.13)$$

縦軸を  $\varphi(\alpha, u)$ , 横軸を  $\alpha$  とし,  $u$  をパラメータとして求めた曲線を第 4.5 図に, 縦軸を  $i_1 / \sqrt{2} / i_g$ , 横軸を  $u$  とし,  $\alpha$  または  $r$  をパラメータとして求めた曲線を第 4.6 図に示す。

$\frac{i_1}{\sqrt{2}} / i_g$  は基本波電流の実効値と整流装置直流側電流の比である。第 4.6 図に示すように,  $\alpha, r = 0^\circ$  と  $\alpha, r = 90^\circ$  の曲線はほとんど同一とみなされるので, 基本波電流は制御角  $\alpha$  または  $r$  にはほとんど関係していないことになる。



第 4.6 図 基本波電流



### 4.3 電機子電圧

整流装置の直流側平均電圧  $\bar{e}_g$  は ( 3.4 ), ( 3.5 ) 式より,

$$\begin{aligned} \bar{e}_g &= \frac{3}{\pi} \left\{ \int_{\beta}^{\beta+u} (e_a - e_b) d(n\tau) + \int_{\beta+u}^{\beta+\pi/3} (e_a - e_b) d(n\tau) \right\} \\ &= \frac{3\sqrt{3}}{\pi} u_1 \cos\left(\alpha + \frac{u}{2}\right) \cos \frac{u}{2} \dots\dots\dots (4.14) \end{aligned}$$

となる。また,  $\cos \alpha = \cos\left(\alpha + \frac{u}{2}\right) \cos \frac{u}{2} + \sin\left(\alpha + \frac{u}{2}\right) \sin \frac{u}{2}$  および ( 4.4 ),

( 4.14 ) 式より, 仮想出力電圧  $u_1$  は

$$u_1 = \frac{\pi}{3\sqrt{3}} \cdot \frac{\bar{e}_g}{\cos \alpha - \frac{n x_t}{3} \frac{i_g}{u_1}} \dots\dots\dots (4.15)$$

となる。

### 4.4 力率<sup>(1)</sup>

整流器付同期機の力率には, 実効値力率  $pf$  と基本波力率  $\cos \varphi_1$  の2つがある。前者は, 同期機の有効出力と皮相電力の関係から求められるもので, 主として電機子巻線の温度上昇に関係する。後者は, 同期機の有効出力と基本波電流による皮相電力とを関連付けるもので, 主として界磁電流および界磁巻線の温度上昇に関係する。同期機の定格力率は, 界磁電流したがって界磁巻線の温度上昇を規定する量であるので, 整流器付同期機の銘板定格力率としては, 基本波力率が適している。

実効値力率  $pf$  は有効電力と高調波成分も含めた皮相電力との比として与えられるので, ( 4.8 ), ( 4.14 ) 式より,

$$pf = \frac{\bar{e}_g i_g}{3 \frac{u_1}{\sqrt{2}} i_{eff}} = \frac{3}{\pi} \frac{\cos \frac{u}{2} \cdot \cos\left(\alpha + \frac{u}{2}\right)}{\phi(\alpha, u)} \dots\dots\dots (4.16)$$

となる。

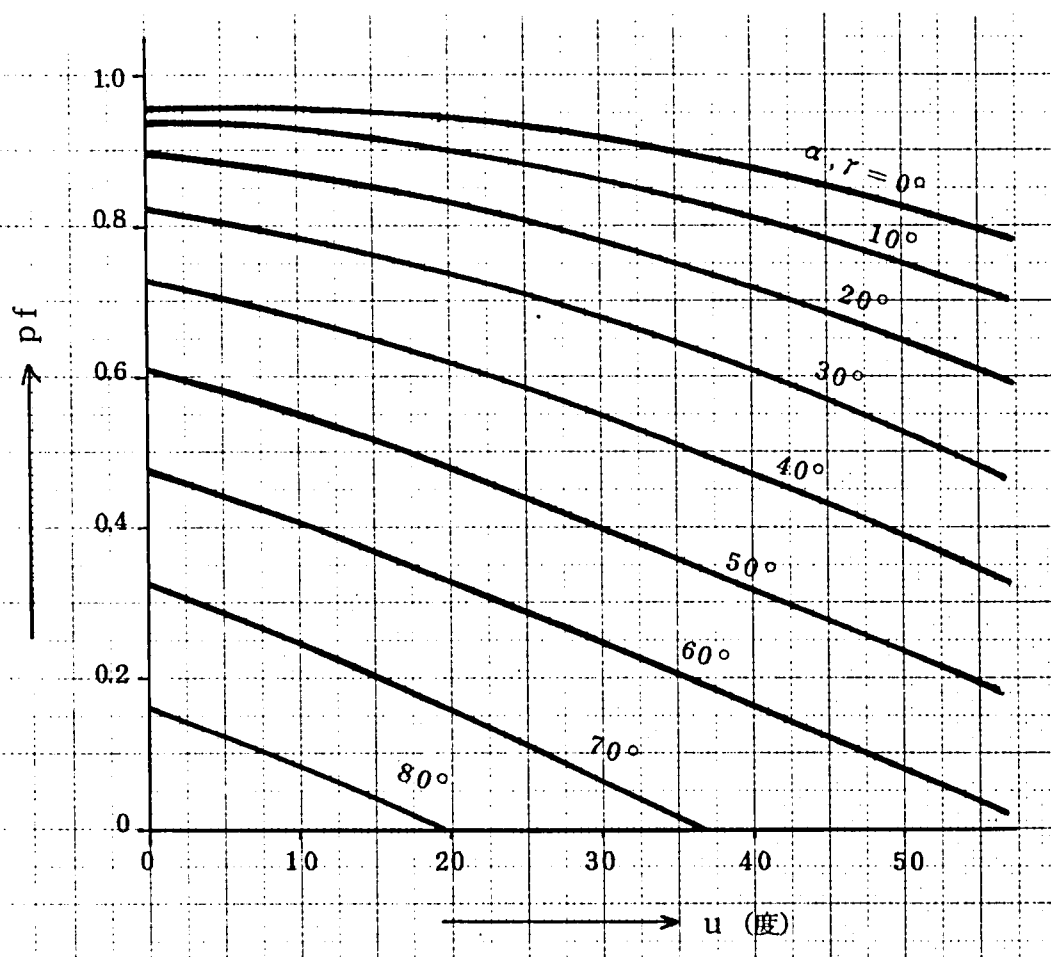
基本波力率  $\cos \varphi_1$  は第 3.2 図のベクトル図および ( 4.10 ), ( 4.11 ) 式より

$$\cos \varphi_1 = \frac{\bar{i}_q}{i_1} \cos \delta - \frac{\bar{i}_d}{i_1} \sin \delta = \frac{\cos\left(\alpha + \frac{u}{2}\right)}{\phi(\alpha, u)} \dots\dots\dots (4.17)$$

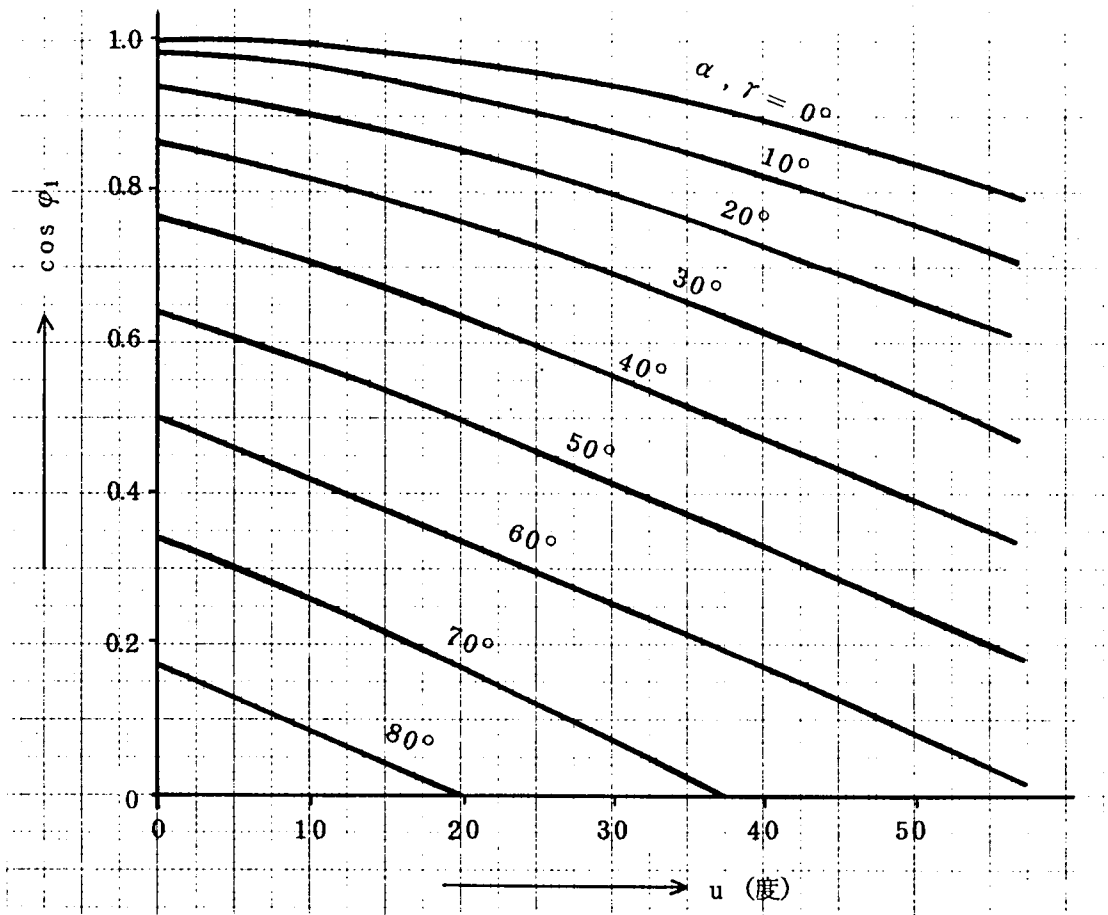
となる。

$\text{pf}$  と  $\cos \varphi_1$  を縦軸に、重り角  $u$  を横軸に取り、 $\alpha$  または  $r$  をパラメータとして求めた曲線を第 4.7 図と第 4.8 図に示す。

$\text{pf}$  の方が  $\cos \varphi_1$  より常に小さく、 $u$  および  $\alpha$  (または  $r$ ) が小さくなると、 $\text{pf}$  と  $\cos \varphi_1$  の差が大きくなる。



第 4.7 図 実効値力率  $\text{pf}$



第 4.8 図 基本波力率  $\cos \varphi_1$

#### 4.5 特性式とその実用単位表示

単位法表示は一般化した取り扱いが出来る利点はあるが、実用上は実用単位表示の方が便利  
な場合が多い。したがって、本章の特性図には、変数として電動機運転時の転流余裕角  $r$  以外  
に、実用単位表示も併記して表わした。

単位法の 1 p.u. の値は、付録 2 に示すように、その機械の定格値を基準に定められる。し  
かし、整流器付同期機の場合、定格値をどのような値にするかは必ずしも明確ではないが、機  
械の能力を表わすものが望ましい。

整流装置の直流側定格電流を  $I_{gn} (A)$ 、そのときの同期機の実効値電流を  $I_{eff} (A)$  とすると、

( 4.8 ) 式より

$$I_{eff} = \sqrt{\frac{2}{3}} I_{gn} \phi(\alpha, u)$$

となり、この値を同期機の定格電流とするのが理論的には正しい。しかし、 $\phi(\alpha, u)$ は第4.5図より約0.95～1.0の値であり、 $\alpha, u$ の値により変ることおよび計算の簡略化のために、同期機の定格電流  $I_n$  (A) を次の如く定めることにする。

$$I_n = \sqrt{\frac{2}{3}} I_{gn} \dots\dots\dots (4.18)$$

定格電流  $I_n$  に対応する一般負荷時の電流  $I (= \sqrt{2/3} I_g)$  は、 $I_n$  と対比して電機子電流の基準となるので、基準電機子電流と称することにする。

一方、定格端子電圧  $U_n$  (V) は第3章で述べた仮想出力電圧  $u_1(p, u)$  に見合う端子電圧実効値とする。

このように同期機の定格電圧  $U_n$  (線間実効値電圧) と定格電流  $I_n$  (実効値) を定めると、各量の 1 p. u. 値は次のように決められる。(付録2 参照)

電 圧	: $\sqrt{2} U_n / \sqrt{3}$	(V)
電 流	: $\sqrt{2} I_n$	(A)
出 力	: $P_n = \sqrt{3} U_n I_n$	(W)
インピーダンス	: $U_n / \sqrt{3} I_n$	( $\Omega$ )
回転速度	: $N_n$	(rpm)
トルク	: $M_n = \frac{P_n}{9.8 \cdot 2 \pi \cdot \frac{N_n}{60}}$	(kg·m)

いま、電機子電流の実効値を  $I_{eff}$  (A)、基本波電流実効値を  $I_1$  (A)、d・q 軸電流の基本波成分実効値を  $\bar{I}_d$  (A)、 $\bar{I}_q$  (A)、整流装置直流側電流を  $I_g$  (A)、整流装置直流側平均電圧を  $E_g$  (V)、仮想出力電圧実効値を  $U_1$  (V) として、単位法表示で得られた結果と実用単位表示との関係を第4.1表に示す。

第 4.1 表 各種特性計算式

		単 位 法 表 示
1	内部相差角	$\delta = \tan^{-1} \frac{(x_q - x_q'') \bar{i}_q}{x_{ad} \bar{i}_f + (x_d - x_d'') \bar{i}_d} \quad (33\text{式})$
2	重り角	$\sin(\alpha + \frac{u}{2}) \sin \frac{u}{2} = \frac{n x_t i_g}{\sqrt{3} u_1} \quad (44\text{式})$
3	実効値電流	$i_{eff} = \sqrt{\frac{2}{3}} i_g \phi(\alpha, u) \quad (48\text{式})$
4	d, q 軸平均電流	$\bar{i}_d = -\frac{2\sqrt{3}}{\pi} i_g \left\{ \sin(\beta + \frac{u}{2}) \cos \frac{u}{2} + \frac{1}{4} \frac{(u - \sin u) \cos \delta}{\sin(\alpha + \frac{u}{2}) \sin \frac{u}{2}} \right\} \quad (410\text{式})$
		$\bar{i}_q = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} i_g \left\{ \cos(\beta + \frac{u}{2}) \cos \frac{u}{2} - \frac{1}{4} \frac{(u - \sin u) \sin \delta}{\sin(\alpha + \frac{u}{2}) \sin \frac{u}{2}} \right\} \quad (411\text{式})$
5	基本波電流	$i_1 = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} i_g \cos \frac{u}{2} \varphi(\alpha, u) \quad (412\text{式})$
6	仮想出力電圧	$u_1 = \frac{\pi}{3\sqrt{3}} \cdot \frac{\bar{e}_g}{\cos \alpha - \frac{n x_t}{\sqrt{3}} \cdot \frac{i_g}{u_1}} \quad (415\text{式})$
	定格仮想出力電圧	$u_1 = 1$
7	実効値力率	$pf = \frac{3}{\pi} \frac{\cos \frac{u}{2} \cdot \cos(\alpha + \frac{u}{2})}{\phi(\alpha, u)} \quad (416\text{式})$
8	基本波力率	$\cos \varphi_1 = \frac{\cos(\alpha + \frac{u}{2})}{\varphi(\alpha, u)} \quad (417\text{式})$

第 4.1 表 各種特性計算式 (つづき)

	実 用 単 位 表 示	
	発 電 機 運 転	電 動 機 運 転
1	$\delta = \tan^{-1} \frac{(X_q - X_q'') \bar{I}_q}{X_{ad} \bar{I}_f + (X_d - X_d'') \bar{I}_d}$	$\delta = \tan^{-1} \frac{(X_q - X_q'') \bar{I}_q}{X_{ad} \bar{I}_f - (X_d - X_d'') \bar{I}_d}$
2	$\sin(\alpha + \frac{u}{2}) \sin \frac{u}{2} = \frac{X_t}{\sqrt{2}} \frac{N}{N_n} \frac{I_g}{U_1}$	$\sin(r + \frac{u}{2}) \sin \frac{u}{2} = \frac{X_t}{\sqrt{2}} \frac{N}{N_n} \frac{I_g}{U_1}$
3	$I_{eff} = \sqrt{\frac{2}{3}} I_g \phi(\alpha, u)$	$I_{eff} = \sqrt{\frac{2}{3}} I_g \phi(r, u)$
4	$\bar{I}_d = -\frac{\sqrt{6}}{\pi} I_g \left\{ \sin(\beta + \frac{u}{2}) \cos \frac{u}{2} \right. \\ \left. + \frac{1}{4} \frac{(u - \sin u) \cos \delta}{\sin(\alpha + \frac{u}{2}) \sin \frac{u}{2}} \right\}$	$\bar{I}_d = \frac{\sqrt{6}}{\pi} I_g \left\{ \sin(\beta + \frac{u}{2}) \cos \frac{u}{2} \right. \\ \left. + \frac{1}{4} \frac{(u - \sin u) \cos \delta}{\sin(r + \frac{u}{2}) \sin \frac{u}{2}} \right\}$
	$\bar{I}_q = \frac{\sqrt{6}}{\pi} I_g \left\{ \cos(\beta + \frac{u}{2}) \cos \frac{u}{2} \right. \\ \left. - \frac{1}{4} \frac{(u - \sin u) \sin \delta}{\sin(\alpha + \frac{u}{2}) \sin \frac{u}{2}} \right\}$	$\bar{I}_q = -\frac{\sqrt{6}}{\pi} I_g \left\{ \cos(\beta + \frac{u}{2}) \cos \frac{u}{2} \right. \\ \left. + \frac{1}{4} \frac{(u - \sin u) \sin \delta}{\sin(r + \frac{u}{2}) \sin \frac{u}{2}} \right\}$
5	$I_1 = \frac{\sqrt{6}}{\pi} I_g \cos \frac{u}{2} \varphi(\alpha, u)$	$I_1 = \frac{\sqrt{6}}{\pi} I_g \cos \frac{u}{2} \varphi(r, u)$
6	$U_1 = \frac{\pi}{3\sqrt{2}} \frac{E_g}{\cos \alpha - \frac{X_t}{\sqrt{2}} \cdot \frac{N}{N_n} \cdot \frac{I_g}{U_1}}$	$U_1 = \frac{\pi}{3\sqrt{2}} \frac{E_g}{\cos r - \frac{X_t}{\sqrt{2}} \cdot \frac{N}{N_n} \cdot \frac{I_g}{U_1}}$
	$U_n = \frac{\pi}{3\sqrt{2}} \frac{E_{gn}}{\cos \alpha - \frac{1}{2} x_t}$	$U_n = \frac{\pi}{3\sqrt{2}} \frac{E_{gn}}{\cos r - \frac{1}{2} x_t}$
7	$pf = \frac{3}{\pi} \frac{\cos \frac{u}{2} \cdot \cos(\alpha + \frac{u}{2})}{\phi(\alpha, u)}$	$pf = \frac{3}{\pi} \frac{\cos \frac{u}{2} \cdot \cos(r + \frac{u}{2})}{\phi(r, u)}$
8	$\cos \varphi_1 = \frac{\cos(\alpha + \frac{u}{2})}{\varphi(\alpha, u)}$	$\cos \varphi_1 = \frac{\cos(r + \frac{u}{2})}{\varphi(r, u)}$

なお、仮想出力電圧と基本波電流を例にして、単位法表示から実用単位表示への換算を補足説明する。

# (1) 仮想出力電圧

( 4.15 ) 式に

$$u_1 = \frac{\sqrt{2} U / \sqrt{3}}{\sqrt{2} U_n / \sqrt{3}}, \quad \bar{e}_g = \frac{E_g}{\sqrt{2} U_n / \sqrt{3}}$$

$$x_t = \frac{X_t}{U_n / \sqrt{3} I_n}, \quad i_g = \frac{I_g}{\sqrt{2} I_n}, \quad n = \frac{N}{N_n}$$

を代入して、

$$U_1 = \frac{\pi}{3 \sqrt{2}} \cdot \frac{E_g}{\cos \alpha - \frac{1}{2} \sqrt{2} X_t \frac{N}{N_n} \frac{I_g}{U_1}} \dots\dots\dots ( 4.19 )$$

となる。定格状態では、 $I_{gn} = \sqrt{\frac{3}{2}} I_n$  より、

$$U_n = \frac{\pi}{3 \sqrt{2}} \cdot \frac{E_{gn}}{\cos \alpha - \frac{1}{2} x_t} \dots\dots\dots ( 4.20 )$$

となる。なお定格状態での  $i_g$  値は

$$i_g = \frac{I_{gn}}{\sqrt{2} I_n} = \frac{\sqrt{\frac{3}{2}} I_n}{\sqrt{2} I_n} = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ ( p. u. )}$$

である。

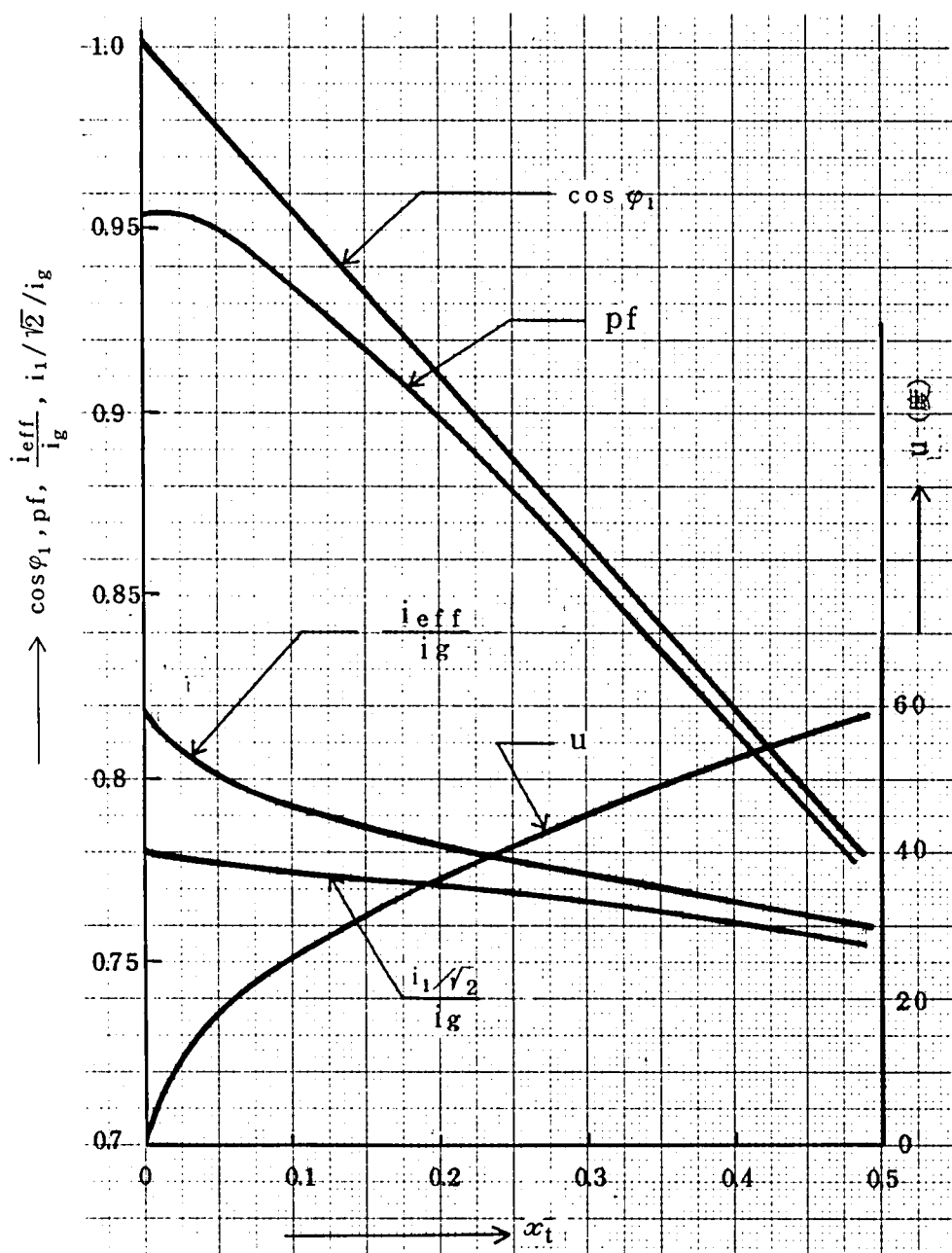
# (2) 基本波電流

( 4.12 ) 式に、 $i_1 = \sqrt{2} I_1 / \sqrt{2} I_n$  を代入して、

$$I_1 = \frac{\sqrt{6}}{\pi} I_g \cos \frac{u}{2} \cdot \varphi ( \alpha, u ) \dots\dots\dots ( 4.21 )$$

を得る。

なお、発電機・電動機運転共にその最大 kW 出力時の特性は重要であるので、 $\alpha$  ( または  $r$  )  
 $= 0$  のときの特性をまとめて第 4.9 図に示す。



第 4.9 図  $\alpha$  (または  $r$ ) = 0 のとき特性



#### 4.6 実測結果との対比

50 kVA 発電機と 1050 kVA 発電機を、整流器付同期発電機として運転したときの実測値を示し、特性計算式による結果と対比した。なお、実験に用いた整流装置は、シリコンダイオードで構成されているので、制御角は  $\alpha = 0$  である。

##### 4.6.1 50 kVA, 200 V, 1500 rpm 機の実測結果との対比

説明上、実測時の直流出力 10 kW, 200 V, 50 A を定格として以下に説明する。

###### (a) 運転状態

$$E_{gn} = 200 \text{ V}, I_{gn} = 50 \text{ A}, 1500 \text{ rpm} (n=1)$$

###### (b) リアクタンス (交流 10.7 kVA, 151 V, 40.8 A, 1500 rpm にて)

$$x_d = 0.375 \text{ p.u.}, x_q = 0.23 \text{ p.u.}, x_d'' = 0.04 \text{ p.u.}$$

$$x_q'' = 0.045 \text{ p.u.}, x_2 = 0.042 \text{ p.u.}, x_{ad} = 0.355 \text{ p.u.}$$

###### (c) 1 p.u. 界磁電流 = 1.01 A

$$\frac{x_{ad} x_{kd}}{x_f x_{kd} + x_f x_{ad} + x_{ad} x_{kd}} = 0.8$$

###### (d) 特性計算

$$(4.20) \text{ 式: } U_n = \frac{\pi}{3\sqrt{2}} \cdot \frac{200}{1 - \frac{1}{2} \cdot 0.042} = 151 \text{ V}$$

$$(4.18) \text{ 式: } I_n = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot 50 = 40.8 \text{ A}$$

第 4.9 図 :  $u = 16^\circ, pf = 0.953, \cos \varphi_1 = 0.982$

$$\frac{i_1}{\sqrt{2}} / i_g = 0.778 \text{ (基本波実効値電流 } 0.778 \times 50 = 38.9 \text{ A)}$$

$$i_{eff} / i_g = 0.802 \text{ (実効値電流 } 0.802 \times 50 = 41 \text{ A)}$$

第 3.2 図 :  $\delta = 9.5^\circ, x_{ad} \bar{i}_f = 1.1, \bar{i}_f = 3.1$

$$(4.10) \text{ 式: } \bar{i}_d = -\frac{2\sqrt{3}}{\pi} \cdot \frac{50}{\sqrt{2} \cdot 40.8} \left\{ \sin \left( 9.5^\circ + \frac{16^\circ}{2} \right) \cos \frac{16^\circ}{2} \right. \\ \left. + \frac{1}{4} \frac{(0.279 - \sin 16^\circ) \cos 9.5^\circ}{\sin \left( 9.5^\circ + \frac{16^\circ}{2} \right) \sin \frac{16^\circ}{2}} \right\} = -0.328$$

$$(4.11) \text{式: } \bar{i}_q = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \cdot \frac{50}{\sqrt{240.8}} \left\{ \cos\left(9.5^\circ + \frac{16^\circ}{2}\right) \cos \frac{16^\circ}{2} - \frac{1}{4} \cdot \frac{(0.279 - \sin 16^\circ) \cos 9.5^\circ}{\sin\left(9.5^\circ + \frac{16^\circ}{2}\right) \sin \frac{16^\circ}{2}} \right\} = 0.895$$

(e)  $i_d, i_q$

(i) 転流期間 ( $\tau = 9.5^\circ \sim 25.5^\circ$ )

$$(4.5) \text{式: } i_a = 2.235 \left\{ 1 - \cos(\tau - 9.5^\circ) \right\}$$

$$I_a = \sqrt{240.8} \cdot 2.235 \left\{ 1 - \cos(\tau - 9.5^\circ) \right\} (A)$$

$$(2.21) \text{式: } i_d = \frac{2}{\sqrt{3}} \left\{ i_a \cos \tau - \frac{50}{\sqrt{240.8}} \sin(\tau + 30^\circ) \right\}$$

$$(2.22) \text{式: } i_q = \frac{2}{\sqrt{3}} \left\{ i_a \sin \tau + \frac{50}{\sqrt{240.8}} \cos(\tau + 30^\circ) \right\}$$

(ii) 通常通電期間 ( $\tau = 25.5^\circ \sim 69.5^\circ$ )

$$(2.17) \text{式: } i_d = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{50}{\sqrt{240.8}} \cos(\tau + 60^\circ)$$

$$(2.18) \text{式: } i_q = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{50}{\sqrt{240.8}} \sin(\tau + 60^\circ)$$

(f) 界磁電流

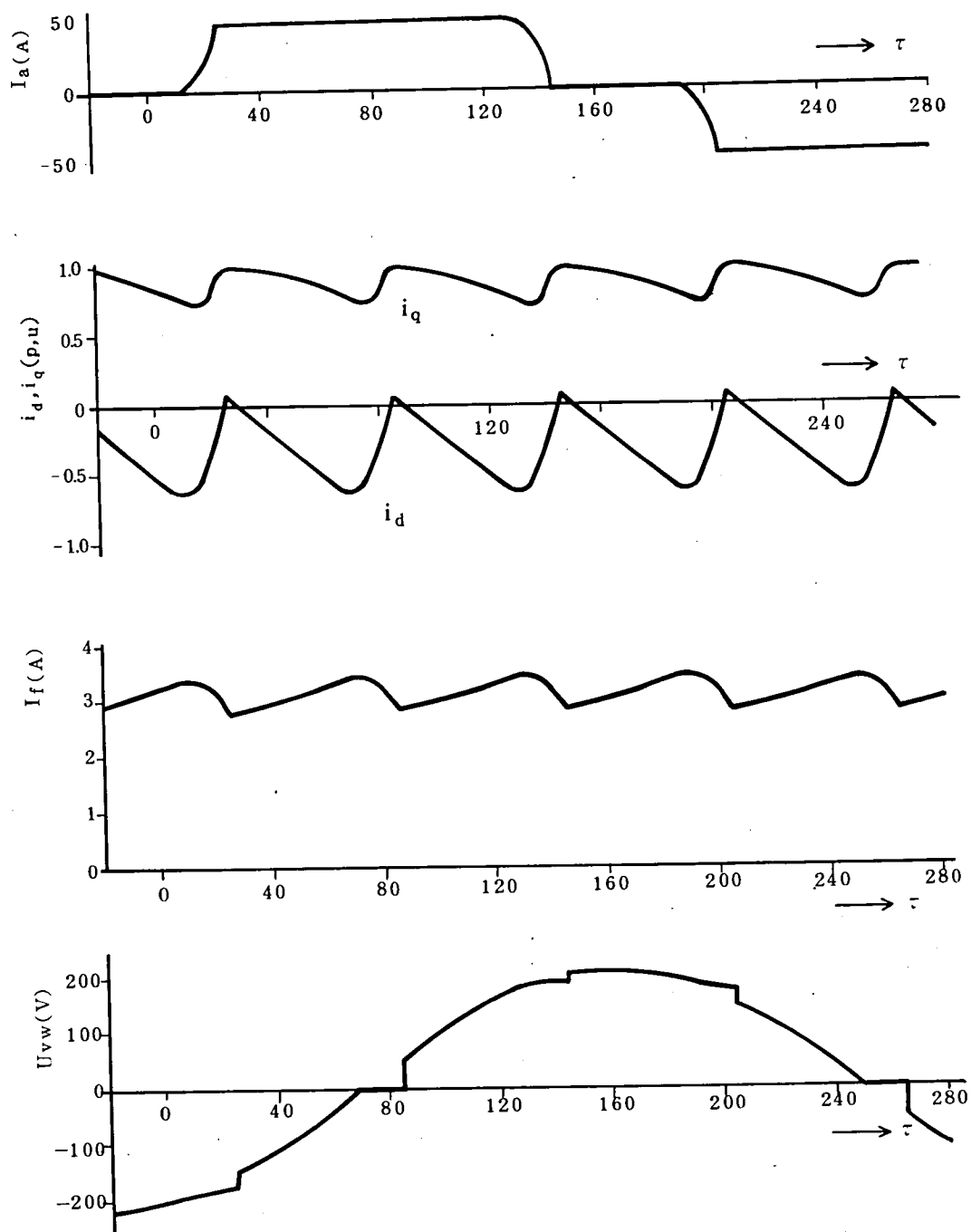
$$(2.14) \text{式: } i_f = 3.1 - 0.8(i_d + 0.328)$$

$$I_f = 3.13 - 0.808(i_d + 0.328) (A)$$

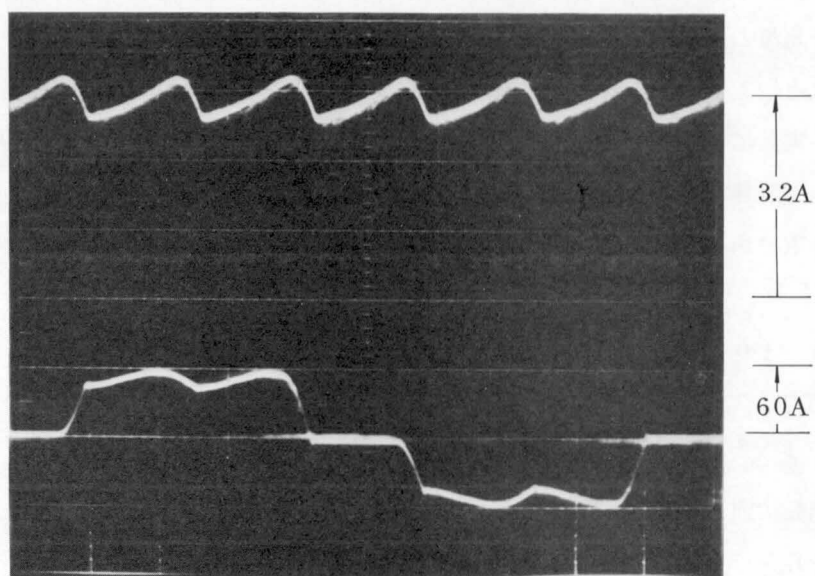
(g) 端子電圧 (通常通電期間の bc 相電圧)

$$(3.5) \text{式: } U_{bc} = \sqrt{2} \frac{151}{\sqrt{3}} (e_b - e_c) \\ = -213 \cos(\tau + 20.5^\circ) (V)$$

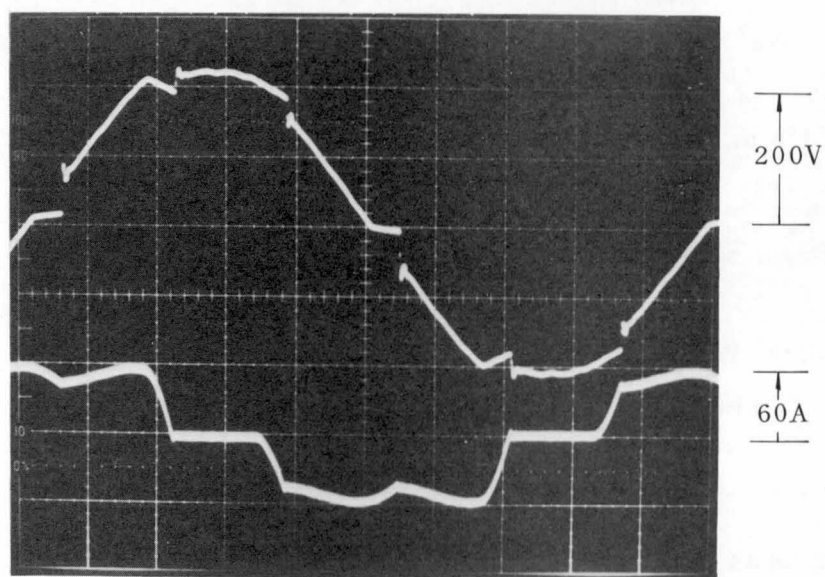
以上に求めた  $I_a, i_d, i_q, I_f$  および  $U_{bc}$  (転流電圧降下考慮) の計算波形を第 4.10 図に、この条件での実測波形を第 4.11 図に示す。



第 4.10 図 50kVA 発電機の各部計算波形



(a) 上：界磁電流  $I_f$   
 下：電機子電流  $I_a$   
 $2\text{ms}/\text{div}.$



(b) 上：端子電圧  $U_{bc}$   
 下：電機子電流  $I_a$   
 $2\text{ms}/\text{div}.$

第 4.11 図 50kVA 発電機実測波形

電機子電流の波形が、計算と実測で異なるのは、計算では直流側リアクトルのリアクタンスを無限大としているのに対して、実測ではリアクトルを直流電動機の電機子巻線で代用しているため、電流にリップルが生じたものである。（第 4.1 0 図と第 4.1 1 図の  $I_a$  を参照）

しかし、計算と実測の間には、基本的に良く一致しているといえる。

また、重り角  $u$  の実測値は  $16^\circ$  で計算値と一致する。

#### 4.6.2 1050 kVA, 462 V, 507 rpm 機の実測結果との対比

直流出力 770 kW, 744 rpm の特性を、実用単位を用いて説明する。なお、この発電機は  $X_d''$  と  $X_q''$  がかなり異なる機械である。

##### (a) 運転状態

$$E_g = 543V, I_g = 1418A, N = 744rpm \quad (n = 1.47)$$

##### (b) 同期発電機の定格

$$1050kVA, 462V, 1312A, 507rpm$$

##### (c) リアクタンス実測値（交流 462V, 1312A, 507rpmにて）

$$X_d = X_q = 0.307\Omega (151\%), X_d'' = 0.05\Omega (24.7\%),$$

$$X_q'' = 0.082\Omega (40.2\%), X_2 = 0.066\Omega (32.4\%)$$

$$X_{ad} = 0.287\Omega (141\%)$$

##### (d) 1 p.u. 界磁電流 = 79A

$$\frac{X_{ad} \cdot X_{kd}}{X_f X_{kd} + X_f X_{ad} + X_{ad} X_{kd}} = 0.87$$

##### (e) 特性計算

$$(4.19)式: U_1 = \frac{\pi}{3\sqrt{2}} \cdot \frac{543}{1 - \frac{1}{2}\sqrt{2} \cdot 0.066 \cdot \frac{744}{507} \cdot \frac{1418}{500}} = 500V$$

$$\text{第 4.1 表} : u = 2 \sin^{-1} \sqrt{\frac{0.066}{\sqrt{2}} \cdot \frac{744}{507} \cdot \frac{1418}{500}} = 52^\circ$$

$$\cos \varphi_1 = \frac{\cos \frac{52^\circ}{2}}{1.088} = 0.825$$

$$I_1 = \frac{\sqrt{6}}{\pi} 1418 \cdot \cos \frac{52^\circ}{2} \cdot 1.088 = 1080 \text{ A}$$

$$pf = \frac{3}{\pi} \cdot \frac{\cos \frac{52^\circ}{2} \cdot \cos \frac{52^\circ}{2}}{0.938} = 0.82$$

$$I_{eff} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot 1418 \cdot 0.938 = 1086 \text{ A}$$

内部相差角  $\delta$  は (3.8) 式を実用単位で表わし、次式で求められる。

$$\begin{aligned} \delta &= \tan^{-1} \frac{n(X_q - X_q'') I_1 \cos \varphi_1}{U_1 / \sqrt{3} + n(X_q - X_q'') I_1 \sin \varphi_1} \\ &= \tan^{-1} \frac{1.47(0.287 - 0.082) 1080 \cdot 0.825}{500 / \sqrt{3} + 1.47(0.287 - 0.082) 1080 \cdot 0.565} = 31^\circ \end{aligned}$$

$$(2.29) \text{ 式: } X_1 = 0.066 + \frac{0.05 - 0.082}{2} \cos(2 \times 31^\circ + 0^\circ + 52^\circ)$$

$$= 0.066 \Omega$$

従って、 $X_1$  として、逆相リアクタンス  $X_2$  ( $0.066 \Omega$ ) を用いるのが適している。

$$\begin{aligned} (4.10) \text{ 式: } \bar{i}_d &= -\frac{2\sqrt{3}}{\pi} \cdot \frac{1418}{\sqrt{2} \cdot 1312} \left\{ \sin\left(31^\circ + \frac{52^\circ}{2}\right) \cos \frac{52^\circ}{2} + \right. \\ &\quad \left. \frac{1}{4} \frac{(0.908 - \sin 52^\circ) \cos 31^\circ}{\sin \frac{52^\circ}{2} \cdot \sin \frac{52^\circ}{2}} \right\} = -0.747 \end{aligned}$$

(f)  $i_d$

(i) 転流期間 ( $n\tau = 31^\circ \sim 83^\circ$ )

$$(2.21) \text{ 式: } i_a = \frac{1 - \cos(n\tau - 31^\circ)}{2 \sin^2 \frac{52^\circ}{2}} \cdot \frac{1418}{\sqrt{2} \cdot 1312}$$

$$=1.988 \{ 1 - \cos(n\tau - 31^\circ) \}$$

$$I_a = 3689 \{ 1 - \cos(n\tau - 31^\circ) \} \quad (\text{A})$$

$$i_d = \frac{2}{\sqrt{3}} \left\{ i_a \cos n\tau - \frac{1418}{\sqrt{2} \cdot 1312} \sin(n\tau + 30^\circ) \right\}$$

(ii) 通常通電期間 ( $n\tau = 83^\circ \sim 91^\circ$ )

$$(2.17) \text{式: } i_d = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{1418}{\sqrt{2} \cdot 1312} \cos(n\tau + 60^\circ)$$

(g) 界磁電流

$$(2.14) \text{式: } i_f = \bar{i}_f - 0.87(i_d + 0.747)$$

$$I_f = 82 - 68.8(i_d + 0.747) \quad (\text{A})$$

平均界磁電流 82A の算定は 5.2 項参照

(h) 端子電流 (通常通電期間の ab 相電圧)

$$(3.5) \text{式: } U_{ab} = \sqrt{2} \frac{500}{\sqrt{3}} (e_a - e_b) = 707 \cos(n\tau - 59^\circ) \quad (\text{V})$$

以上に求めた  $I_a$ ,  $i_d$ ,  $I_f$  および  $U_{ab}$  (転流電圧降下考慮) の波形を第 4.12 図に, この条件での実測波形を第 4.13 図に示す。

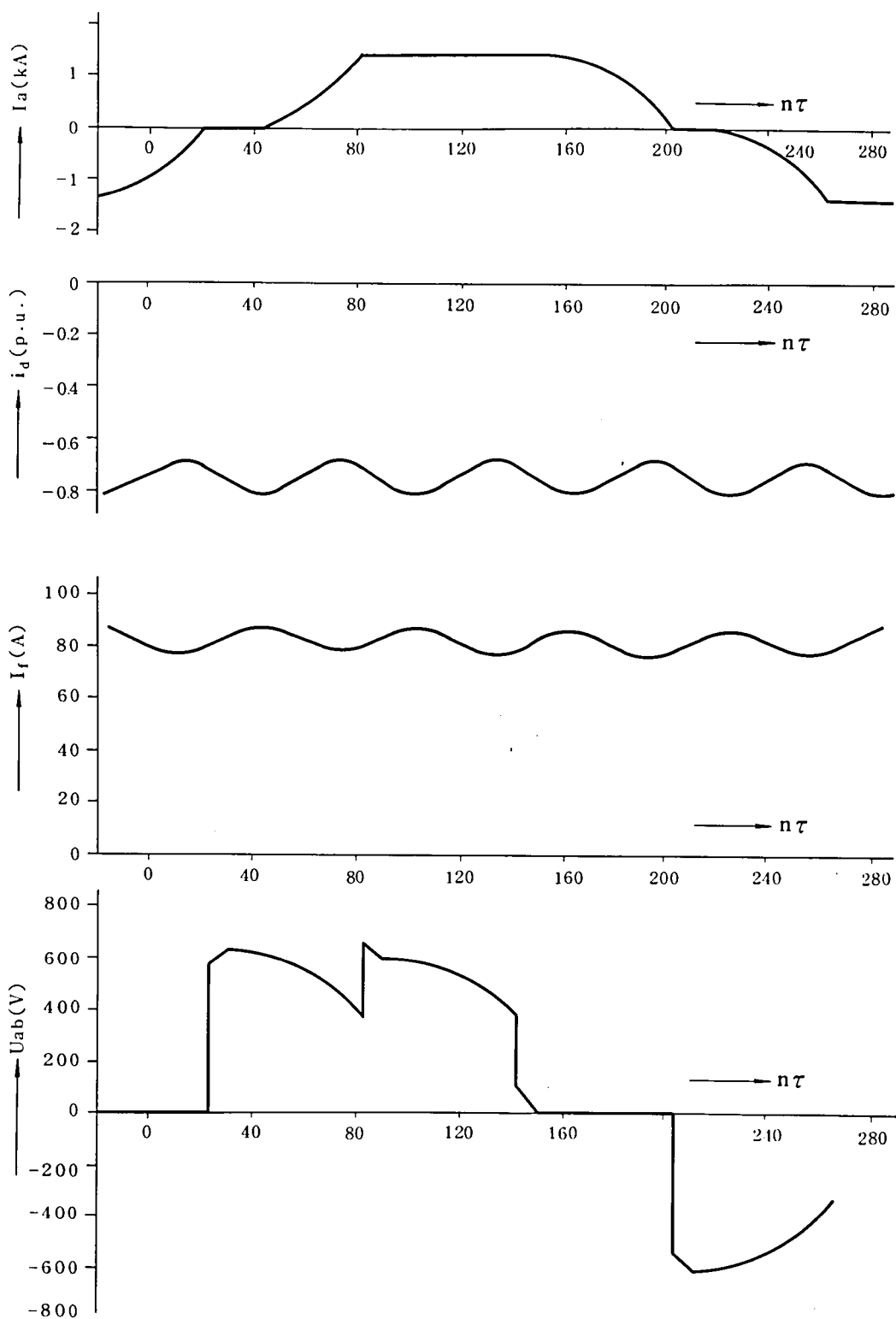
第 4.13 図(b)より, 重り角  $u$  の実測値は  $52^\circ$  で計算値と一致している。なお  $X_1$  を  $X_d''$  で考えると,  $U_1 = 475\text{V}$ ,  $u = 46^\circ$  となり,  $X_2$  とする方が適している。

計算と実測の波形は良く一致しており,  $X_d'' \approx X_q''$  でない場合にも以上の解析結果はそのまま適用できることを示している。

なお, メータによる電機子電圧  $U_{ab}$  と電機子電流  $I_a$  の実測値は,  $453\text{V}$  と  $1068\text{A}$  であった。

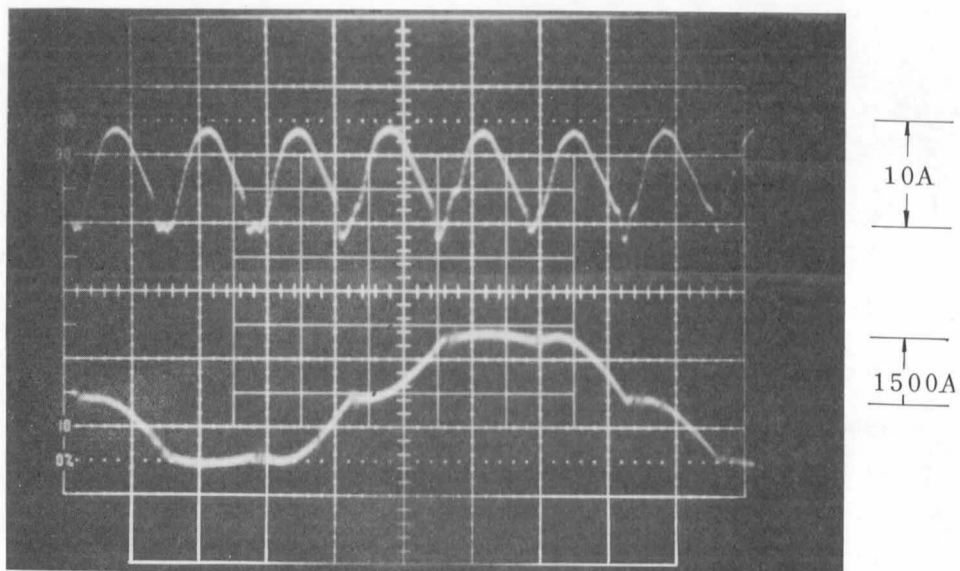
第 3.3 図の等価回路から分るように, 計算で求めた仮想出力電圧  $U_1$  の  $500\text{V}$  と実測電圧  $453\text{V}$  は, 本質的に異なるものである。

電流  $1068\text{A}$  は本計算の  $1086\text{A}$  に対応している。



第 4.12 図 1050 kVA 発電機の各部計算波形

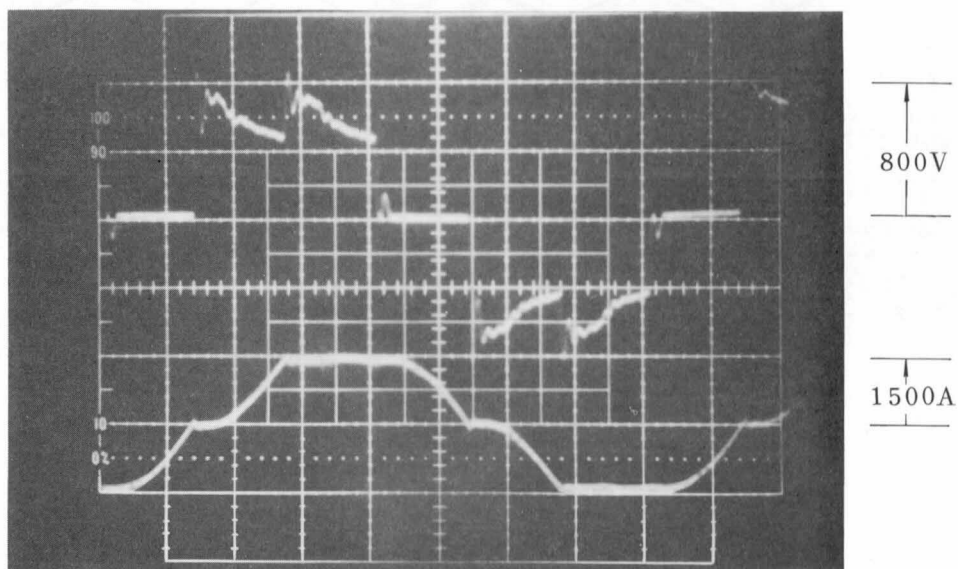




(a) 上：界磁電流  $I_f$  (交流分)

下：電機子電流  $I_a$

2ms/div.



(b) 上：端子電圧  $U_{bc}$

下：電機子電流  $I_a$

2ms/div.

第 4.13 図 1050 kVA 発電機実測波形

#### 4.6.3 実測結果との対比のまとめ

2つの同期機で行った実測比較結果を、重り角 $u$ 、界磁電流の平均値 $\bar{I}_f$  および変動分 $\Delta I_f$ （両振巾の $1/2$ 値）について示すと、第4.2表のようになる。

第4.2表 実測比較

	$u$ (度)		$\bar{I}_f$ (A)		$\Delta I_f$ (A)	
	実測	計算	実測	計算	実測	計算
50kVA機	16	16	3	3.13	0.3	0.29
1050kVA機	52	52	81	82	5	4.5

$u$  および  $\bar{I}_f$  の実測値と計算値は良く一致している。 $\Delta I_f$  は1050kVA機で10%の誤差があるが、この誤差は漏れリアクタンス $x_f$ 、 $x_{kd}$ が直接測定できないので、このリアクタンスの推定に基づく誤差である。

#### 4.7 結 言

本章の要点は次の通りである。

(1) 第2章で求めた転流方程式を解いて電機子電流を求め、これを用いて電機子電流の実効値と基本波成分を計算し、結果を図に示した。

また、これらと仮想出力電圧を用いて、実効値力率と基本波力率を算出し、結果を図に示した。

(2) 本章で求めた特性式は、実用単位でも表わし、単位法表示の式と併記して表に示した。

(3) 50kVAと1050kVAの同期発電機に対して、計算と実測の対比を行い、両者が良く一致していることを示した。

(4)  $x_d''$  と  $x_q''$  の差が大きい場合でも、転流リアクタンスを(2.29)式で求めれば、簡略化した転流方程式(2.25式)が使用できることを、実測結果との対比により示した。

## 第5章 界磁電流算定法と実測結果との対比

試験設備の関係で、実負荷状態での工場試験が出来ない通常同期機の全負荷界磁電流の推定は、無荷時界磁電流  $I_{f0}$  と3相短時界磁電流  $I_{fk}$  によって行っている。

従来、整流器付同期機の界磁電流も JEC114 に規定する方法が、そのまま適用できるものとして算定されていたので、これが妥当であるか否かも含めて、整流器付同期機の界磁電流算定法について検討した。なお、これについて提案されたものはまだない。

しかし、整流器付同期機は第3.2図のベクトル図から分るように、通常同期機と比較すると電機子反作用成分が異なるので、界磁電流の算定法も JEC114 で述べられている方法とは異なったものとなる。

したがって、著者は整流器付同期機の界磁電流算定法を導出し、実測結果との対比を行った。

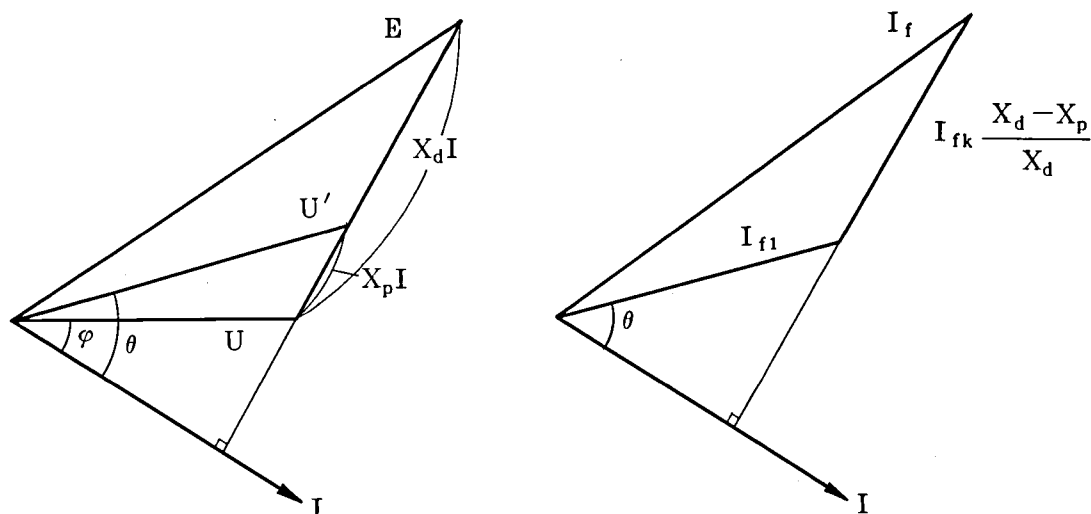
実測結果との対比は、(a)整流装置を切り離し、同期機単体の基本特性（無負荷飽和曲線と短絡特性曲線）が測定可能な場合と、(b)同期機と整流装置が一体となり、同期機単体の基本特性の直接測定が不可能な場合について行う。

### 5.1 整流器付同期機の界磁電流算定法

整流器付同期機の界磁電流算定法を導出する前に、通常同期機の界磁電流算定法について述べる。

通常同期機の界磁電流算定法として、JEC114 には3種類の方法が示されている。その一方法である「ポーシェ・リアクタンスを用いる方法」によって、電機子電圧  $U$ 、電機子電流  $I$  および力率  $\cos\varphi$  での界磁電流  $I_f$  を算定する方法について説明する。

第5.1図(a)のベクトル図（ $X_d=X_q$ とする）において、電圧  $U$  から  $X_d I$  上に  $X_p I$  を取り、 $U'$  を求める。（ $X_p$  はポーシェ・リアクタンス）

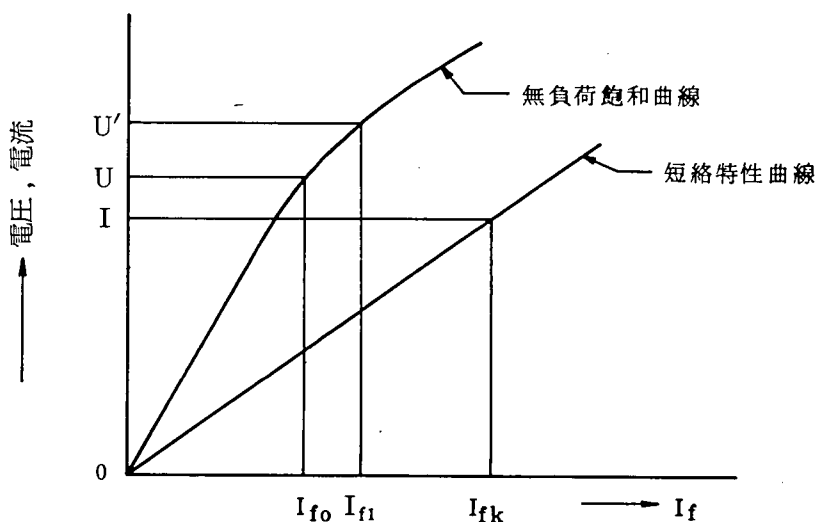


(a) 電圧ベクトル

(b) 界磁電流ベクトル

第 5.1 図 JEC114 のポーシェ・リアクタンスを用いる方法

次に、第 5.2 図の無負荷飽和曲線で、電圧  $U'$  に相当する界磁電流  $I_{f1}$  を求める。



第 5.2 図 同期機の基本特性

また、第 5.2 図の短絡特性曲線上で、電機子電流  $I$  に相当する界磁電流  $I_{fk}$  を求める。

以上で求めた界磁電流  $I_{f1}$ 、 $I_{fk}$  および角  $\theta$  (第 5.1 図(a)参照) を用いて、第 5.1 図(b)の界磁電流ベクトルから界磁電流  $I_f$  を計算するのが、通常同期機に対する JEC114 の“ポーシェ・リアクタンスを用いる方法”である。

この界磁電流算定法はポーシェ・リアクタンス  $X_p$  によって、鉄心飽和の影響を考慮している。

一方、整流器付同期機の第 3.2 図のベクトル図（但し、 $X_d=X_q$  とする）と第 5.1 図(a) を対比すると、仮想出力電圧  $U_1$  が  $U'$  に、基本波力率角  $\varphi_1$  が  $\theta$  に、逆相リアクタンス  $X_2$  ( $=$

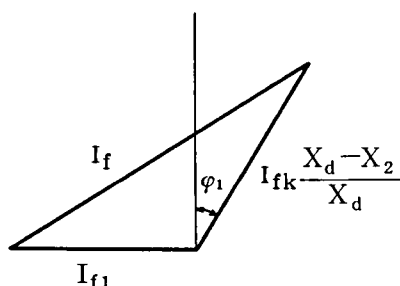
$\frac{X_d'' + X_q''}{2}$ ) が  $X_p$  に対応している。

したがって、通常同期機が  $X_p$  によって鉄心飽和の影響を考慮しているのに対して、整流器付同期機は仮想出力電圧に鉄心飽和の影響が含まれていると考えることができる。

また、整流器付同期機の電機子反作用成分は、通常同期機の電機子反作用成分の

$\frac{X_d - X_2}{X_d}$  倍である。

以上により、整流器付同期機の界磁電流算定法として、第 5.3 図のベクトル図法を提案する。



第 5.3 図 界磁電流算定のベクトル図

同図で、 $I_{f1}$  は無負荷飽和曲線上で仮想出力電圧  $U_1$  に相当する界磁電流、 $I_{fk}$  は短絡特性曲線で電機子基本波電流  $I_1$  に相当する界磁電流である。

また、次項で述べるように、2 種類の機械における実測結果との対比により、著者が提案した方法の妥当性を示した。

なお、実測結果との対比を行う際、比較のため次の 2 つの方法で界磁電流を計算した。

- (1) 著者提案の第 5.3 図を用いる方法
- (2) JEC114 のポーシェ・リアクタンスを用いる方法（但し、 $X_p=0$  として飽和の影響を無視）

## 5.2 同期機単体試験が可能な場合の実測結果対比

同期機と整流装置が分離できる整流器付同期機では、同期機単体の試験が可能である。一般の整流器付同期機はほとんどこのような場合である。同期機の定格電圧を $U_n$  (V)、定格電流を $I_n$  (A)および転流リアクタンスを $X_t$  ( $\Omega$ ) (一般的には逆相リアクタンス $X_2$ と考えてよい)とする。

整流装置直流側電圧を $E_g$  (V)、電流を $I_g$  (A)とし、回転速度を $n$  (p. u.)とすると、仮想出力電圧 $U_1$  (V)は(4.19)式から

$$U_1 = \frac{\pi}{3\sqrt{2}} \cdot \frac{E_g}{\cos\alpha - \frac{1}{2}x} \quad \dots\dots\dots (5.1)$$

$$x = \sqrt{2} X_t \cdot n \cdot \frac{I_g}{U_1} \quad \dots\dots\dots (5.2)$$

となる。(5.2)式に $U_1$ が含まれているため、 $U_1$ を求めるときに繰返し計算が必要であるが、3回程度行えば実用上十分な精度で $U_1$ を求められる。

(5.1)式で求めた $U_1$ に対して、無負荷飽和曲線の $U_1/n$ に相当する界磁電流が無負荷成分 $I_{f1}$ である。

一方、基本波電流 $I_1$  (A)は(4.21)式で与えられるので、短絡特性曲線上の $I_1$ に相当する界磁電流が電機子反作用分 $I_{fk}$ である。

また、(5.2)式の $x$ と(4.4)', (4.17)式より、基本波力率 $\cos\varphi_1$ が求まる。従って、界磁電流は $I_{f1}$ ,  $I_{fk}$ ,  $\cos\varphi_1$ と第5.3図のベクトル図から算定することが出来る。

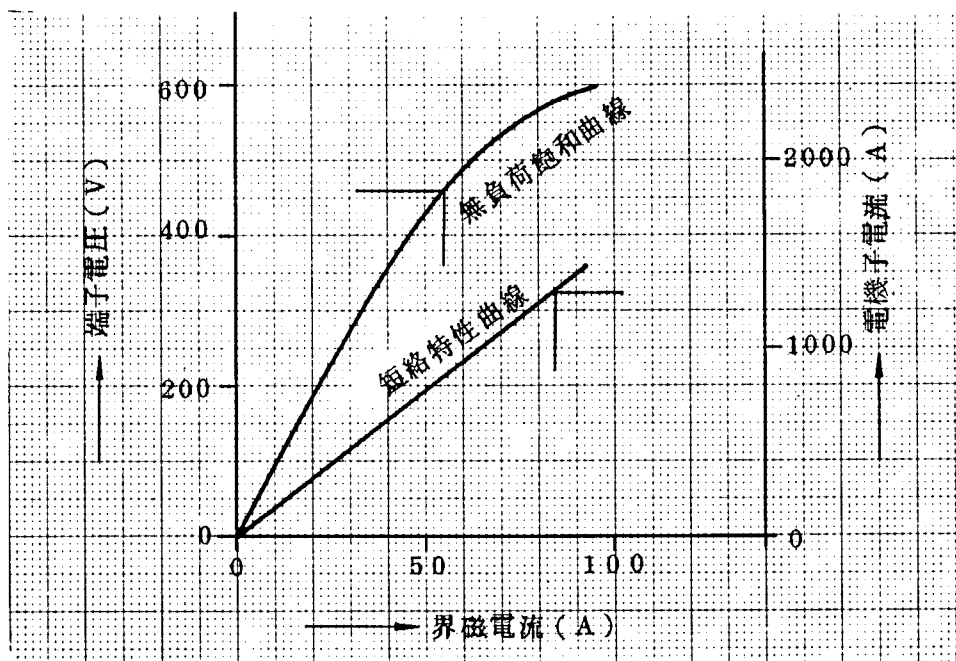
定格が1050kVA, 462V, 1312A, 507rpmの整流器付同期発電機に対する界磁電流の実測比較を以下に述べる。

逆相リアクタンスの実測値は、 $X_2 = 0.066\Omega$ である。また、特性曲線を第5.4図に、界磁電流の計算値を第5.1表に、計算と実測結果の対比を5.5図に示す。

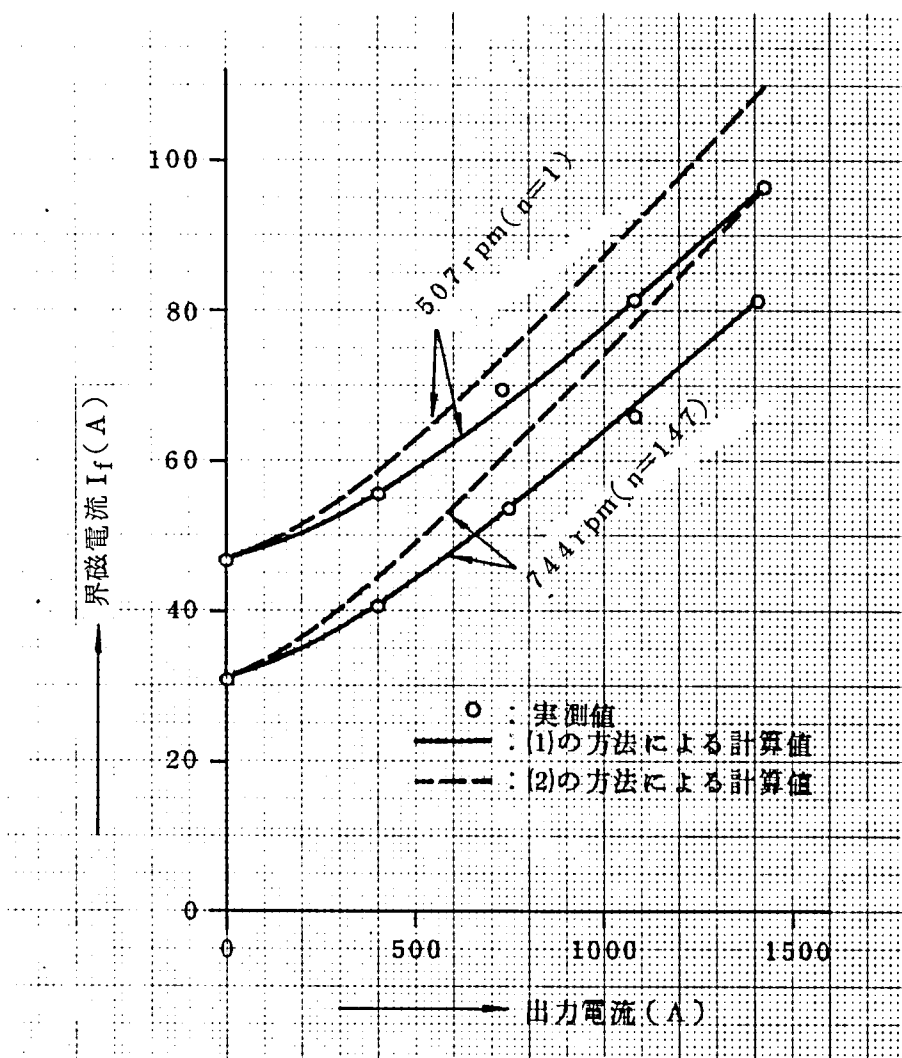
第 5.1 表 1050kVA 発電機界磁電流計算値 ( $\alpha=0$ )

$E_g$ (V)	$I_g$ (A)	n (p. u.)	x (p. u.)	$\cos\phi_1$	$U_1$ (V)	$I_1$ (A)	$I_{f1}$ (A)	$I_{fk}$ (A)	$I_f$ (A)	
									(1)法	(2)法
540	1420	1.0	0.287	0.87	467	1089	56.5	69.7	96.6	109.2
543	1083		0.223	0.90	452	834	54.0	53.4	81.5	91.0
546	740		0.157	0.93	439	572	52.0	36.6	68.0	73.8
549	400		0.084	0.96	425	310	49.5	19.8	55.8	58.1
552	0		—	—	408	—	47.0	—	47.0	47.0
543	1418	1.47	0.39	0.82	500	1079	38.0	69.1	82.0	95.9
545	1080		0.31	0.86	478	827	36.5	53.0	67.8	78.2
548	740		0.222	0.90	457	570	35.0	36.5	53.9	60.5
550	403		0.126	0.94	435	312	33.0	20.0	43.9	41.0
552	0		—	—	409	—	31.0	—	31.0	31.0

第 5.5 図から分るように、第 5.3 図のベクトル図法は実測値と十分な精度で一致している。  
また、5.1 項で述べた(2)の方法は、界磁電流を過大評価しており、電機子反作用  $I_{fk}$  に対して、  
整流器付同期機固有の補正係数  $(X_d - X_2) / X_d$  が必要なことが分る。



第 5.4 図 1050kVA 発電機特性曲線



第 5.5 図 1050 kVA 発電機界磁電流の実測結果対比

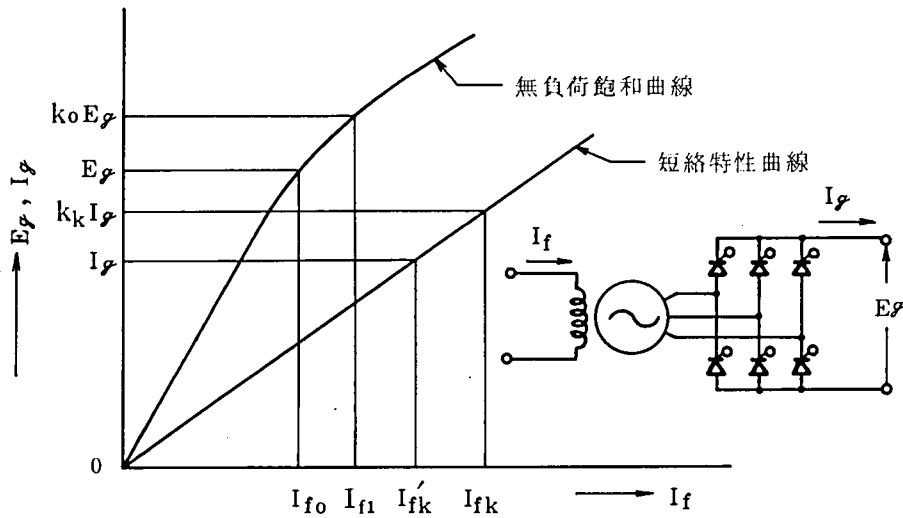
### 5.3 同期機単体試験が不可能な場合の実測結果対比

第 1.3 図のような整流器付同期機は、整流器が直接同期機本体に組込まれ、同期機としての端子がないので、同期機単体の基本特性の直接測定は不可能である。

この機械では、第 2.1 図の直流端子で測定し、第 5.6 図の無負荷飽和曲線と短絡特性曲線を得る。

測定は定格速度で行い、無負荷飽和曲線を測定する場合には、所定の点弧制御（制御角  $\alpha$ ）をし、短絡特性曲線を測定する場合には、点弧信号を常に与えた状態で測定するものとする。





第 5.6 図 整流器付同期機の特特性曲線

無負荷飽和曲線測定時の直流電圧  $E_{g0}$  (V) と発電機端子電圧  $U_1$  の間には、( 4.19 ) 式より

$$E_{g0} = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} \cos\alpha \cdot U_1 \quad \dots\dots\dots ( 5.3 )$$

となる。

一方、整流器負荷時において、仮想出力電圧が  $U_1$  となる直流電圧  $E_g$  は ( 4.19 ) 式より

$$E_g = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} \left( \cos\alpha - \frac{1}{2} x \right) \cdot U_1 \quad \dots\dots\dots ( 5.4 )$$

となる。 $x$  は ( 5.2 ) 式で与えられ、 $U_1$  は 5.2 項と同様に、繰返し計算で求める。

( 5.3 )、( 5.4 ) 式より、同一の電圧  $U_1$  を生ずる無負荷時と負荷時の直流電圧  $E_{g0}$ 、 $E_g$  の間には、

$$E_{g0} = k_0 E_g \quad \dots\dots\dots ( 5.5 )$$

$$k_0 = \frac{1}{1 - \frac{1}{2} \frac{x}{\cos\alpha}} \quad \dots\dots\dots ( 5.6 )$$

が成立する。

以上より、第 5.6 図の無負荷飽和曲線上で、直流電圧  $k_0 E_g / n$  に相当する界磁電流  $I_{f1}$  が求まる。

一方、短絡特性曲線を測定するときの電機子電流は、第 4.3 図のような台形波状の電流ではなく、純正弦波電流となるので、直流平均電流  $I_{gk}$  (A) と電機子電流の実効値  $I_1$  (A) の関係は

$$I_{gk} = \frac{6}{\pi} \int_0^{\pi/6} \frac{\sqrt{2}}{2} I_1 \cos \theta d\theta = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} I_1 \dots\dots\dots (5.7)$$

となる。

また、整流器負荷時において、電機子電流の基本波実効値が  $I_1$  となる直流電流  $I_g$  は(4.21)式より

$$I_1 = \frac{\sqrt{6}}{\pi} I_g \cos \frac{u}{2} \cdot \varphi(\alpha, u) \dots\dots\dots (5.8)$$

となる。従って、同一の基本波電流を生ずる短絡試験時と負荷時の直流電流  $I_{gk}$ ,  $I_g$  の間には、

$$I_{gk} = k_k I_g \dots\dots\dots (5.9)$$

$$k_k = \frac{6\sqrt{3}}{\pi^2} \cos \frac{u}{2} \cdot \varphi(\alpha, u) \dots\dots\dots (5.10)$$

が成立する。従って、界磁電流算定における電機子反作用分  $I_{fk}$  は、第 5.6 図の  $k_k I_g$  に対する界磁電流  $I_{fk}$  である。

また、(5.2) 式の  $x$  と (4.4)'、(4.17) 式より、基本波力率  $\cos \varphi_1$  が求まる。従って、界磁電流は  $I_{f1}$ ,  $I_{fk}$ ,  $\cos \varphi_1$  と第 5.3 図のベクトル図から算定することが出来る。

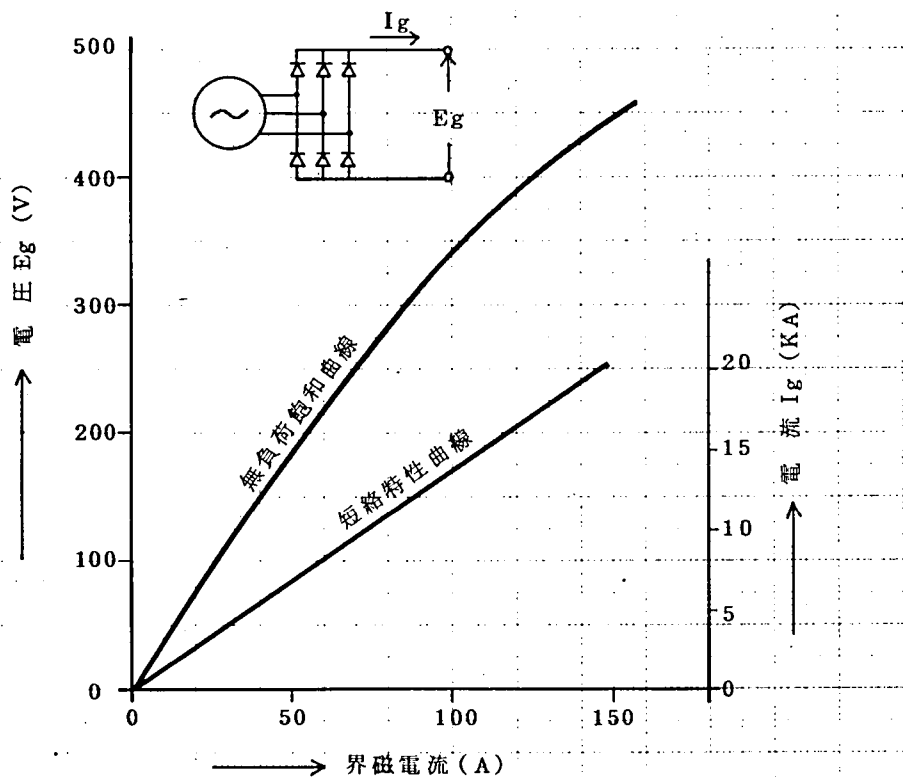
次に 5250kW, 350V(DC), 15kA(DC), 500rpm の整流器付同期発電機に対して、定格速度での界磁電流の実測比較を以下に述べる。

この整流装置はシリコンダイオードで構成されているので、 $\alpha = 0$  である。

第 5.7 図に実測特性曲線を、第 5.2 表に計算値を、第 5.8 図に実測結果との対比を示す。

なお、逆相リアクタンス  $X_2$  の計算値は、交流 285V, 1.225kA において 18% である。

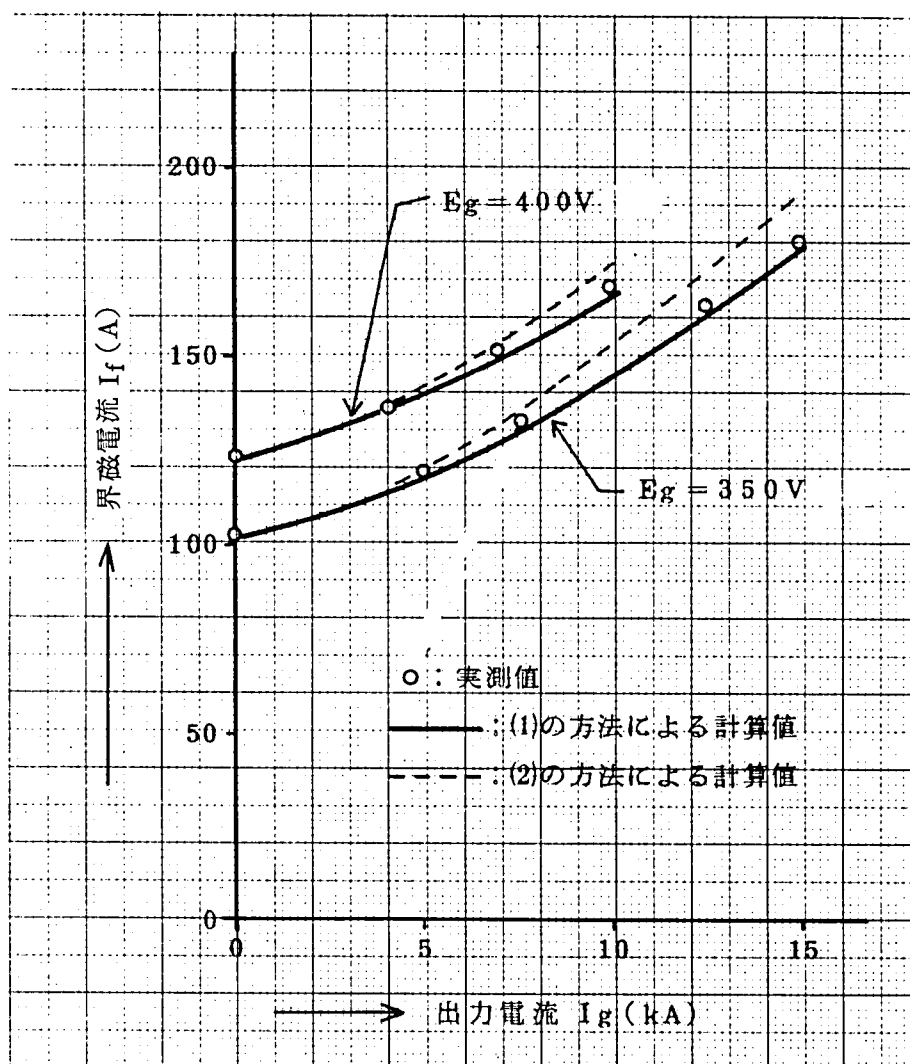
第 5.8 図より分るように、第 5.3 図のベクトル図法は実測と非常に良く一致している。また 5.1 項で述べた(2)の方法は、飽和を無視しても、実測値より約 8% 大きい。



第 5.7 図 5250kW 發電機特性曲線

第 5.2 表 5250 kW 發電機界磁電流計算值 ( $\alpha=0$ )

$E_g$ (V)	$I_g$ (kA)	$n$ (p. u.)	$x$ (p. u.)	$\cos\varphi_1$	$k_0$	$I_{f1}$ (A)	$k_k$	$I_{fk}$ (A)	$I_f$ (A)	
									(1)法	(2)法
350	15	1.0	0.18	0.92	1.10	116	1.04	115	178	193
	12.5		0.151	0.93	1.08	114	1.04	96	161	173
	10		0.123	0.95	1.06	110	1.05	77	144	154
	7.5		0.94	0.96	1.05	108	1.05	58	130	136
	5		0.64	0.97	1.03	106	1.05	39	117	120
	0		0	—	1.0	102	—	0	102	102
400	10	1.0	0.105	0.95	1.06	134	1.05	77	165	174
	7		0.073	0.97	1.04	130	1.05	54	149	155
	4		0.042	0.98	1.02	127	1.05	31	135	137
	0		0	—	1.0	123	—	0	123	123



第 5.8 図 5250kW 発電機界磁電流の実測結果対比

なお、JEC114の方法は、5.1項の(2)の方法による界磁電流値に対して、さらに鉄心飽和による増大分が付加される。従って、JEC114の界磁電流算定法を、整流器付同期機にそのまま適用すると、界磁電流は第5.5図、第5.8図の点線で示す値よりさらに大きくなるので、JEC114の方法は適切ではない。

## 5.4 結 言

本章の要点は次の通りである。

(1) JEC114の界磁電流算定法(ポーシェ・リアクタンスを用いる方法)と整流器付同期

機のベクトル図を比較すると、ポーシェ・リアクタンス $X_p$ が逆相リアクタンス $X_2$ に、ポーシェ・リアクタンス背後電圧が仮想出力電圧に対応していることを明らかにした。

なお、JEC114の界磁電流算定法では、ポーシェ・リアクタンスによって鉄心飽和の影響を考慮しているのに対して、整流器付同期機では、仮想出力電圧に鉄心飽和の影響が含まれている。

(2) 上記の考察より、整流器付同期機の界磁電流を、第5.3図のベクトル図で算定する方法を提案した。

即ち、無負荷飽和曲線上の仮想出力電圧に相当する界磁電流を無負荷成分に、短絡特性曲線上の定格電流に相当する界磁電流を電機子反作用成分にして、これと基本波力率を用いて、界磁電流を算定する方法である。

(3) 定格が1050kVA、507rpmと5250kW、500rpmの2つの整流器付同期機に対して、実測結果と著者が提案した界磁電流算定法による計算値の対比を行った。

両機械とも、計算と実測結果は良い一致をしていることを示した。

## 第 6 章 高調波電流による同期機への影響とその対策

整流器付同期機は通常同期機と違って、定常運転時においても電機子電流に高調波成分が含まれる。

この高調波電流は回転子表面に渦電流（等価逆相電流）を誘導すると同時に、軸トルクにも脈動トルク成分を発生させる。

この等価逆相電流と脈動トルクが、整流器付同期機の性能を規定する要因となる。

以下に、高調波電流による同期機への影響とその対策について述べる。

### 6.1 電機子電流の高調波成分

整流器付同期機の電機子電流の各高調波成分は付録 3 に示すように、制御角  $\alpha$  と重なり角  $u$  の値によって変り、高調波次数を  $\nu$ ， $\nu$  次高調波電流実効値を  $I_\nu$  (A) および整流装置直流側電流を  $I_g$  (A) とすると、 $\nu I_\nu / I_g$  は第 6.1 図のようになる。

転流期間の電流は、制御角  $\alpha$  または転流余裕角  $r$  が小さいときは曲線状に変化するが、 $\alpha$  または  $r$  が大きくなるにともなって直線的に変化する。

いま、転流期間の電流変化を直線で近似すると、各高調波電流（実効値）は重なり角を  $u$  として、次のようになる。

$$I_\nu = \pm \frac{4}{\pi} \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\sin \frac{\nu u}{2}}{\nu u} \cdot \frac{I_g}{\nu} \dots\dots\dots (6.1)$$

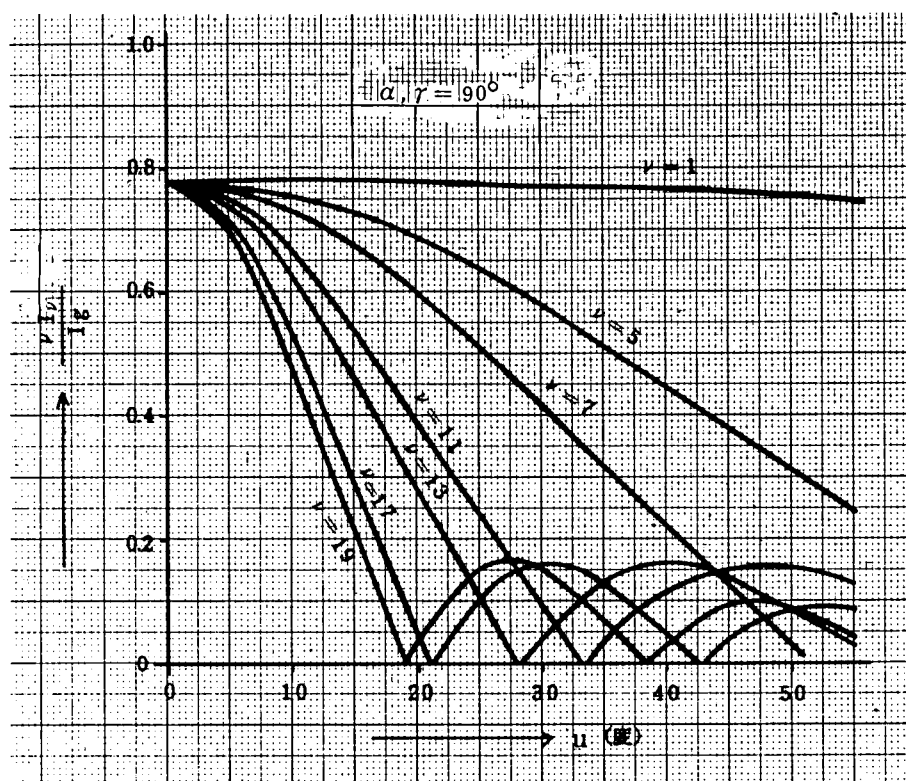
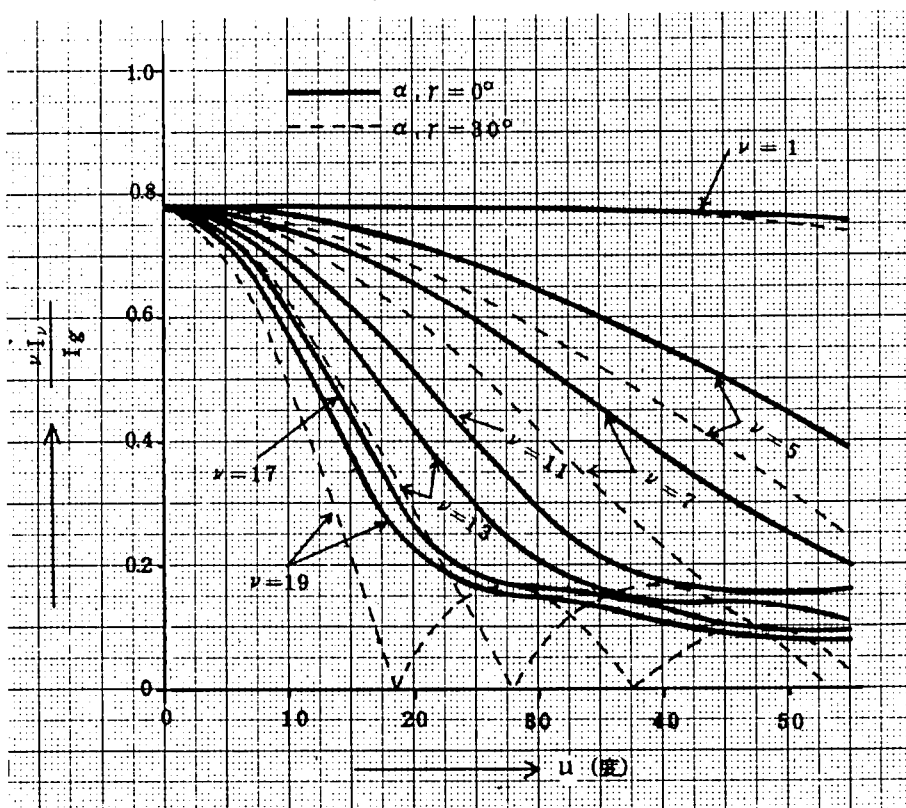
こゝで

$\nu = 6n + 1$  ( $n = 0, 1, 2, 3 \dots\dots\dots$ ) で正符号

$\nu = 6n - 1$  ( $n = 1, 2, 3, 4 \dots\dots\dots$ ) で負符号

(6.1) 式は  $\alpha$  または  $r$  の大きい範囲で近似度が非常に良く、 $u = 0^\circ \sim 55^\circ$ ， $\nu = 1 \sim 19$  において、 $\nu I_\nu / I_g$  の最大誤差は  $\alpha$  または  $r = 0$  では 0.25 であるが、 $\alpha$  または  $r = 90^\circ$  では 0.03 である。

高調波電流のうち、第 5 調波の電機子電流は、回転子の 5 倍速度で逆方向に回転する回転磁界を生ずるので、回転子には基本波周波数  $f$  の 6 倍周波数の電圧・電流を誘導する。



第 6.1 図 電機子電流の高調波成分

一方、第7調波の電機子電流は、回転子の7倍速度で回転子と同一方向に回転する回転磁界を生ずるので、第5調波と同様に回転子には基本波周波数 $f$ の6倍周波数の電圧・電流を誘導する。同様に、第11, 13調波および第17, 19調波の電流は、回転子には、基本波周波数 $f$ の12倍および18倍の周波数となる。

また、同様の理由により、高調波電流によって脈動トルクが発生する。

すなわち、電機子電流の第5調波電流は、回転子の5倍速度で逆方向に回転する磁界を生ずるが、これは回転子速度で回転する主回転磁界に対しては、6倍速度のすべりを生ずるので、 $6f$ の脈動トルクを生ずる。また、第7調波電流も同様な考察により、 $6f$ の脈動トルクを生ずる。

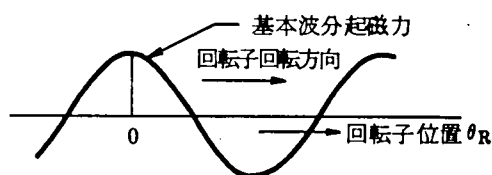
電機子電流の高調波成分により、結果として、 $6f, 12f, 18f, \dots$ の脈動トルクが発生する。

## 6.2 高調波電流による合成起磁力

前述のように、高調波電流によって、回転子には基本波周波数 $f$ の6, 12, 18, 24, ……倍の周波数の電圧・電流を誘導する。

いま電機子電流の $(6n-1)$ 調波成分 $I_{6n-1}$ と $(6n+1)$ 調波成分 $I_{6n+1}$ の合成起磁力 $I_{6n}$ について考える。この2つの電流高調波成分は、回転子にとって同一周波数の電圧・電流を誘導するが、両方で位相差があるので両成分を単純に加え合せることはできない。

第6.2図に示すように、基本波電流成分による電機子反作用起磁力（回転子からみて固定した磁界）の中心からの回転子円周方向位置を $\theta_R$ （電気角）とすると、 $I_{6n-1}$ と $I_{6n+1}$ による合成起磁力波 $I_{6n}$ は次のようになる。



第6.2図 電機子反作用起磁力

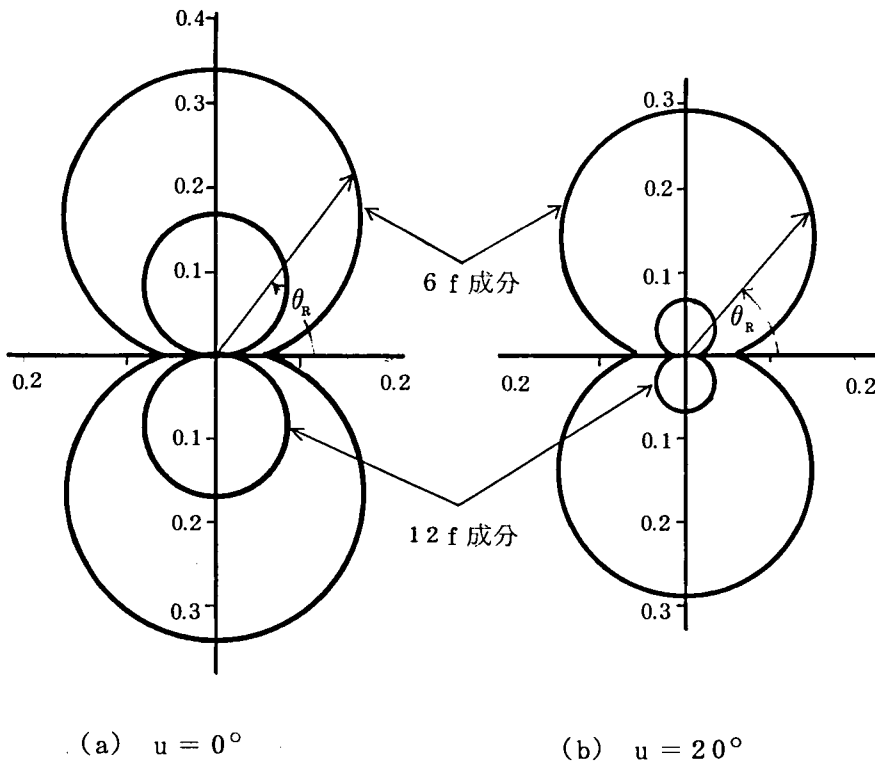
$$I_{6n} = \sqrt{I_{6n-1}^2 + I_{6n+1}^2 + 2 I_{6n-1} \cdot I_{6n+1} \cos(2\theta_R)} \dots\dots\dots (6.2)$$



基本波反作用起磁力を1として、転流重り角 $u$ が $0^\circ$ と $20^\circ$ の場合について、 $I_{6n}$ を第6.3図に示す。回転子における合成起磁力の振巾は、基本波反作用起磁力の中心位置( $\theta_R = 0^\circ, 180^\circ$ )で最小となり、それと $90^\circ$ 離れた位置で最大となる。合成起磁力の最大値は両高調波成分の絶対値の和となる。

この合成起磁力を打消すように流れる回転子表面電流は、基本波反作用起磁力の中心( $\theta_R = 0^\circ, 180^\circ$ )にある制動巻線にもっとも大きな電流が流れる。

なお、同期機は $\theta_R = 0$ の位置が同一負荷状態であれば回転子表面に固定されるので、制動巻線の負担は回転子周上で異なるが、誘導機では $\theta_R = 0$ の位置は滑り周波数 $s f$ で回転子表面上を回転するので、かご形巻線の負担は周上同一となる。



第6.3図 回転子での合成起磁力

### 6.3 等価逆相電流<sup>(1)(2)</sup>

同期機の回転子は、本来直流磁界を対象にして設計される構造であるので、交番磁界に対しては自づと許容できる限界がある。その限界は等価逆相電流  $I_{2eq}$  によって判断することができる。

電機子に逆相電流（基本波）、過渡直流分電流および高調波電流が存在すると、回転子に渦電流が流れるが、この渦電流によって生ずる回転子表面の温度上昇または損失と同一の値となる逆相電流（基本波）を等価逆相電流という。

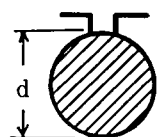
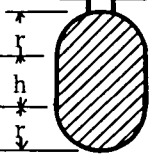
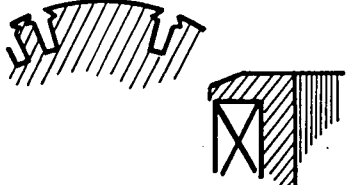
したがって、等価逆相電流  $I_{2eq}$  は回転子の渦電流周波数を、 $2f$  に換算した値である。

整流器付同期機でも、整流器故障時などの過渡時には基本波逆相および直流分電流を考慮する必要があるが、本論文では定常運転時の高調波電流による等価逆相電流について述べる。

同期機の回転子表面の構造としては、積層磁極形と固塊磁極形の2つがあり、逆相電流を負担する部分は制動巻線または固塊磁極鉄心である。その実効抵抗は詳細に検討されているが、<sup>(3)</sup> 通常の制動巻線に対しては実用上第6.1表に示す式で計算することができる。

同表より分るように、実効抵抗はそこに流れる電流の周波数の平方根に比例する。

第6.1表 磁極表面の実効抵抗

制 動 巻 線		$\frac{R_{\sim}}{R_{-}} \approx \frac{15}{100} d \sqrt{\frac{\sigma}{50} \cdot \frac{f}{50}}$ $10\text{ mm} < d < 25\text{ mm}$	d, h, r : mm, f : Hz $\mu = \text{比透磁率}$
		$\frac{R_{\sim}}{R_{-}} = \frac{15}{100} (h+2r) \sqrt{\frac{\sigma}{50} \frac{f}{50}}$ $15\text{ mm} < h+2r < 40\text{ mm}$	
固 塊 表 面		$R_{\sim} \propto \sqrt{\sigma \mu f}$	

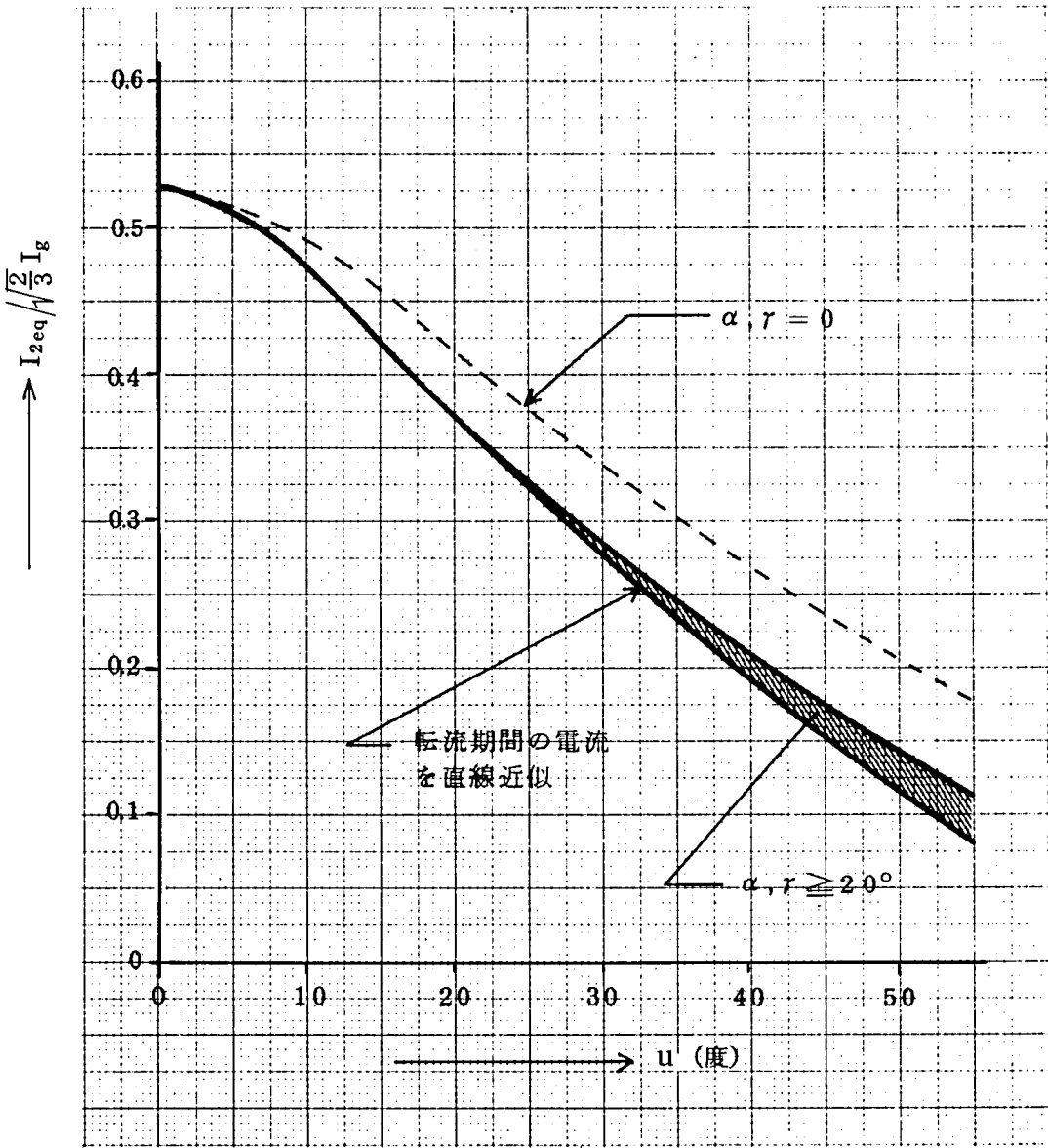
（注） $R_{-}$ ：直流抵抗， $R_{\sim}$ ：交流実効抵抗

また、等価逆相電流は回転子表面の温度上昇を規定するものであるから、(6.2)式の合成起磁力の最大で等価逆相電流を算定する。

このように考えると、全高調波電流による等価逆相電流  $I_{2eq}$  は次式で与えられる。

$$I_{2eq} = \sqrt{(|I_5| + |I_7|)^2 \sqrt{\frac{6}{2}} + (|I_{11}| + |I_{13}|)^2 \sqrt{\frac{12}{2}} + (|I_{17}| + |I_{19}|)^2 \sqrt{\frac{18}{2}} + \dots} \quad (6.3)$$

$I_{2eq}$  と重なり角  $u$  の関係を第 6.4 図に示す。



第 6.4 図 等価逆相電流

$\sqrt{2/3} \cdot I_g$  は定格電機子電流に対応する一般負荷時の基準電機子電流  $I$  であるので、第 6.4 図の縦軸はその負荷における逆相電流の per unit 値を与える。

等価逆相電流  $I_{2eq}$  を評価する場合には、その大きさのみならず基本波周波数  $f$  の大小も考慮しなければならない。

基本波周波数  $f$  が商用周波数と異なる場合、商用周波数基準の逆相電流  $I'_{2eq}$  は次式で換算できる。

$$I'_{2eq} = \sqrt[4]{\frac{f}{50 \sim 60}} I_{2eq} \quad \dots\dots\dots (6.4)$$

例えば、基本波周波数が 25～30Hz で  $I_{2eq} = 25\%$  の場合、実際の機械の耐力を決める  $I'_{2eq}$  は 21% となる。

同期機の逆相耐力については付録 4 に述べる。

#### 6.4 通常同期機を整流器付同期機に転用するときの定格出力の算定

整流器付同期機用として設計・製作されていない通常同期機を、整流器付同期機に転用するときの定格出力の算定法について述べる。

整流器付同期機を定格速度 ( $n=1$ )、定格電圧 ( $u_1 = 1$ ) で、運転する場合について考える。

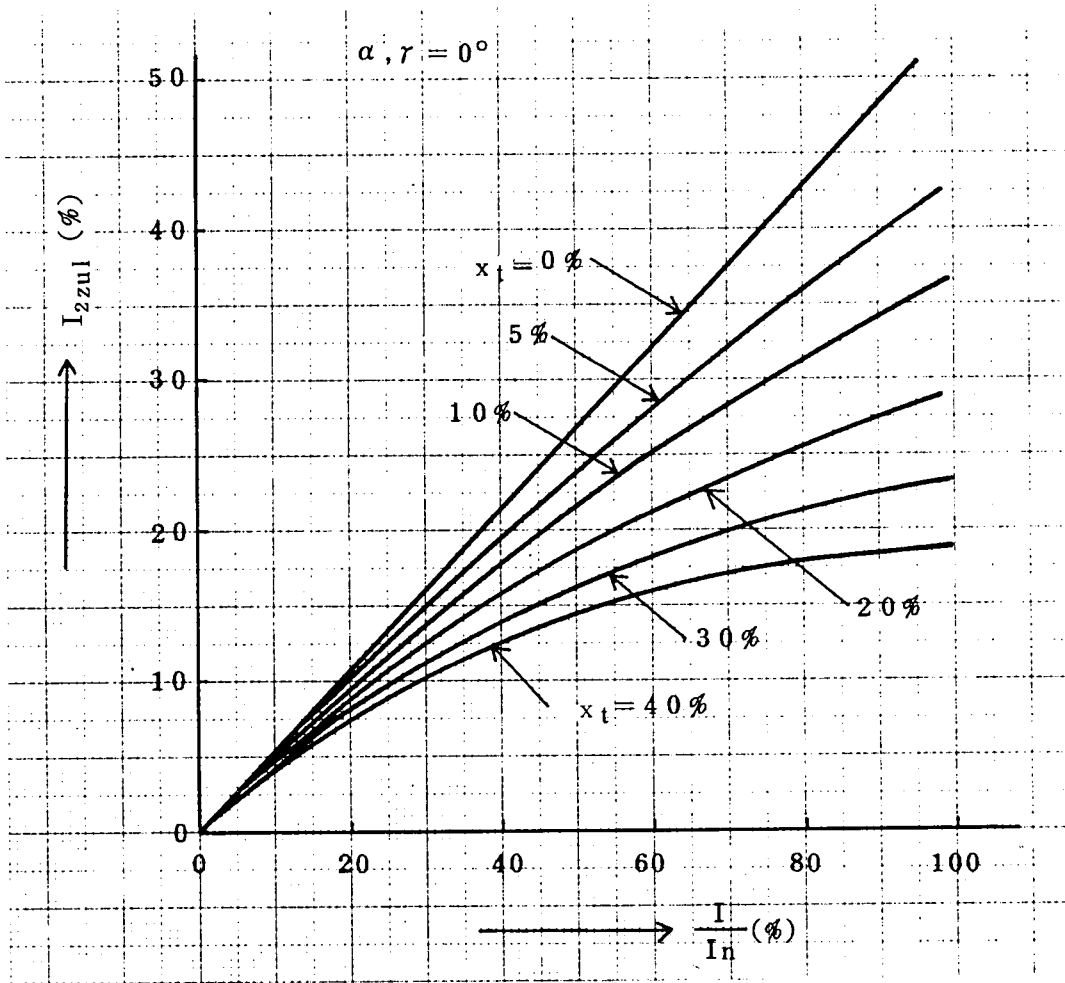
なお、整流器付同期機としての力率が、対象とする同期機の定格力率より小さくなる場合には、界磁電流の値が整流器付同期機の定格出力を規定する場合もあるが、こゝでは逆相耐力によって定格出力が規定される場合について考察する。

対象とする同期機の定格電流を  $I_n$  (A)、許容逆相電流値を  $I_{2zu1}(\%)$ 、転流リアクタンスを  $x_t$  (p.u.) とし、整流器付同期機の定格出力時の基準電機子電流を  $I (= \sqrt{2/3} I_g)$  (A) とする。

(1)  $\alpha$  (または  $r$ )  $\approx 0^\circ$  の運転時

(4, 4)' 式で、 $\alpha = 0$ 、 $n = 1$ 、 $u_1 = 1$ 、 $i_g = I_g / \sqrt{2} I_n$ 、 $I = \sqrt{2/3} I_g$  とおくと、重り角  $u$  は次のようになる。

$$u = 2 \sin^{-1} \left( \sqrt{\frac{1}{2} x_t \frac{I}{I_n}} \right) \quad \dots\dots\dots (6.5)$$



第 6.5 図 許容逆相値と出力の関係 ( $\alpha$  または  $r \approx 0^\circ$ )

u に対する第 6.4 図の点線で示す曲線上の値が、基準電機子電流  $I$  における等価逆相電流の比  $I_{2eq} / I$  を与える。(ここで、 $I = \sqrt{2/3} I_g$  である。)

したがって、対象とする同期機の定格電流  $I_n$  に対する  $I_{2eq} / I_n$  は、第 6.4 図で求めた  $I_{2eq} / I$  に  $I / I_n$  を乗じたものとなるので、この  $I_{2eq} / I_n$  が丁度  $I_{2zu1}$  となる  $I / I_n$  が、通常同期機を整流器付同期機に転用するときの定格電流または定格出力を定める。

なお、上述の  $I / I_n$  の算定は繰返し計算によって求める。

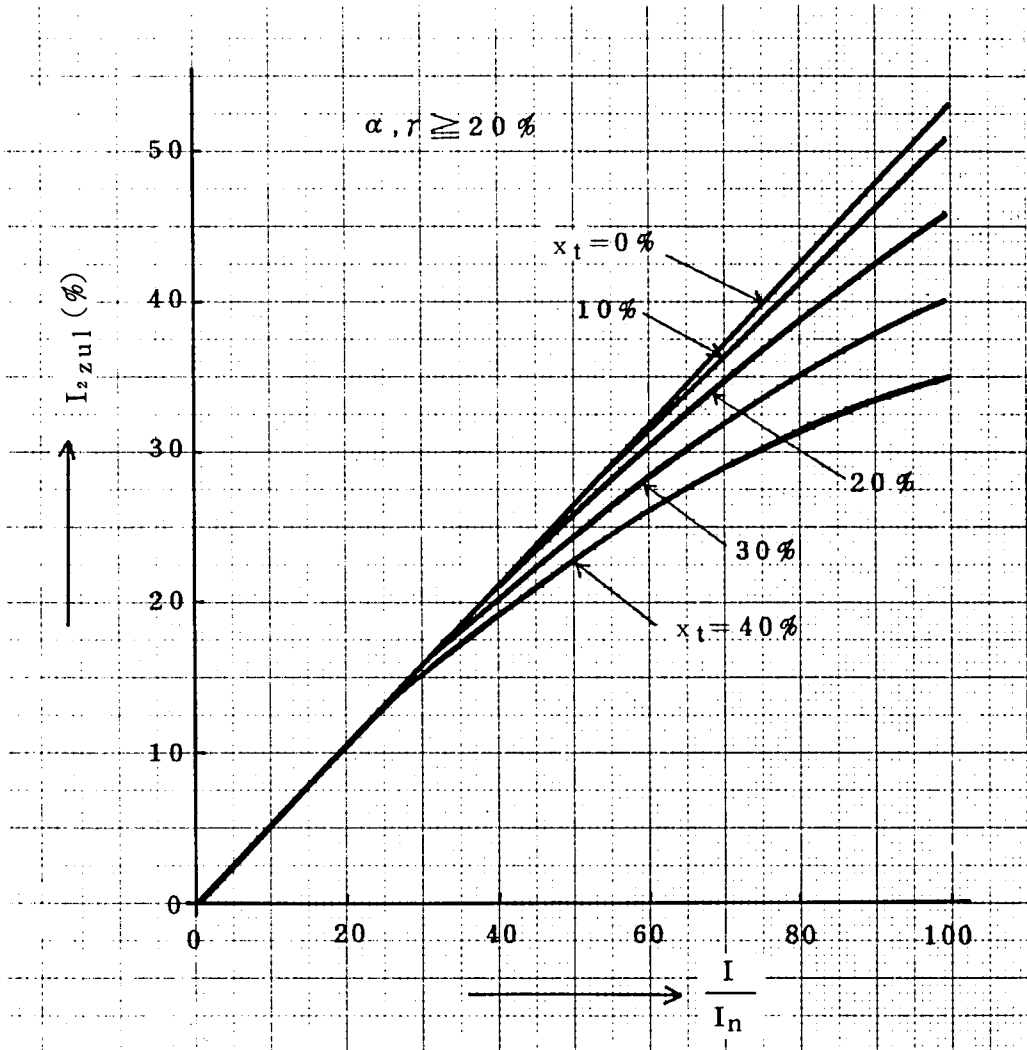
このようにして求めた  $I / I_n$  を、 $x_t$  をパラメータとして示したのが、第 6.5 図である。

例えば、 $x_t = 20\%$ 、 $I_{2zu1} = 20\%$  の同期機を、整流器付同期機に転用するときの電機子電流は、55%に低減する必要がある。

(2)  $\alpha$  (または  $r$ )  $\geq 20^\circ$  の運転時

第 6.4 図より,  $u$  が小さい程  $I_{2eq}$  は大きいので,  $u$  の最小値で整流器付同期機の定格出力を考える。

重り角  $u$  の最小は  $\alpha + \frac{u}{2} = \frac{\pi}{2}$  で生じ,  $u = 2 \sin^{-1} \left( \frac{1}{2} x_t \frac{I}{I_n} \right)$  となる。(1)と同様に  $I/I_n$  を求めると, 第 6.6 図となり,  $I/I_n$  は  $\alpha$  または  $r=0$  に比べて若干小さくなる。



第 6.6 図 許容逆相値と出力の関係 ( $\alpha$  または  $r \geq 20^\circ$ )

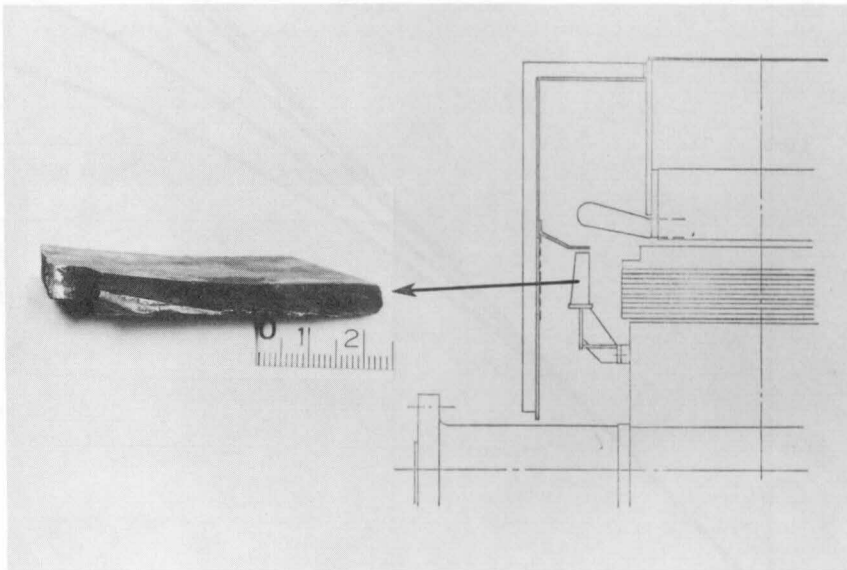
## 6.5 脈動トルクとその高調波成分

### 6.5.1 脈動トルクとその高調波成分

6.1 項で述べたように、電機子巻線に流れる高調波電流によって、 $6f, 12f, 18f, \dots$ の脈動トルクが発生する。

この脈動トルクは起動・停止など過渡時のみに発生するのではなく、運転中常時発生するので、回転部に障害を与える原因となる。軸系のネジリ共振周波数と一致すると軸系に過大な応力を生ずる。常規運転範囲では、軸系のネジリ共振周波数が脈動トルクの周波数に合致しないように軸系を設計すると同時に、可変速で運転するときに共振が避けられない回転速度では、共振点を早く通過するようにしている。

軸系ネジリ共振以外には、ファン・ロータセンタ・界磁リードなどの共振がある。第6.7図はファンの共振周波数が脈動トルクの周波数に一致して破損した例である。



第 6.7 図 脈動トルクに共振して破損したファンの例

## 6.5.2 脈動トルクの算定式

脈動トルク  $m_e$  (加速トルクを正とする) は

$$m_e = \varphi_q i_d - \varphi_d i_q$$

で与えられ (付録1 参照), これを通常通電期間 ( $n\tau = \beta + u \sim \beta + \pi/3$ ) と転流期間 ( $n\tau = \beta \sim \beta + u$ ) に分けて求める。

(1) 通常通電期間 ( $n\tau = \beta + u \sim \beta + \pi/3$ )

(2.15), (2.17), (2.18) 式より,  $\varphi_d, \varphi_q, i_d, i_q$  が与えられるので, 脈動トルク  $m_e$  は次式となる。

$$\begin{aligned} m_e &= -\frac{2}{\sqrt{3}} i_g \left[ \{ (x_d - x_d'') \overline{i_d} + x_{ad} \overline{i_f} \} \sin(n\tau + \frac{\pi}{3}) \right. \\ &\quad \left. - (x_q - x_q'') \overline{i_q} \cos(n\tau + \frac{\pi}{3}) \right] \\ &= -m_{eo} \sin(n\tau - \delta + \frac{\pi}{3}) \quad \dots\dots\dots (6.6) \end{aligned}$$

こゝで

$$m_{eo} = \frac{2}{\sqrt{3}} i_g \frac{u_1}{n} \quad \dots\dots\dots (6.7)$$

$$u_1 = n \sqrt{\{ x_{ad} \overline{i_f} + (x_d - x_d'') \overline{i_d} \}^2 + \{ (x_q - x_q'') \overline{i_q} \}^2} \quad \dots\dots (3.2)$$

$$\delta = \tan^{-1} \frac{(x_q - x_q'') \overline{i_q}}{x_{ad} \overline{i_f} + (x_d - x_d'') \overline{i_d}} \quad \dots\dots\dots (3.3)$$

(2) 転流期間 ( $n\tau = \beta \sim \beta + u$ )

(2.15), (2.21), (2.22) 式より,  $\varphi_d, \varphi_q, i_d, i_q$  が与えられるので, 脈動トルク  $m_e$  は次式となる。

$$\begin{aligned} m_e &= \frac{2}{\sqrt{3}} i_a \left[ (x_q - x_q'') \overline{i_q} \cos(n\tau) - \{ x_{ad} \overline{i_f} + (x_d - x_d'') \overline{i_d} \} \right. \\ &\quad \left. \cdot \sin(n\tau) \right] - \frac{2}{\sqrt{3}} i_g \left[ \{ x_{ad} \overline{i_f} + (x_d - x_d'') \overline{i_d} \} \cdot \cos(n\tau + \frac{\pi}{6}) \right. \\ &\quad \left. + (x_q - x_q'') \overline{i_q} \sin(n\tau + \frac{\pi}{6}) \right] \end{aligned}$$



また、このときの電機子電流  $i_a$  が(4.5)式で与えられることを考慮すると、脈動トルク  $m_e$  は結局次のようになる。

$$m_e = -m_{e0} \left\{ \cos(n\tau - \delta + \frac{\pi}{6}) + \frac{\cos\alpha - \cos(n\tau - \delta)}{2\sin(\alpha + \frac{u}{2})\sin\frac{u}{2}} \cdot \sin(n\tau - \delta) \right\} \dots\dots\dots (6.8)$$

以上によって求められる脈動トルク  $m_e$  の波形を付録5に示す。

また、4.5項に述べた1 p.u. トルク  $M_n$  (kg·m) を(6.6),(6.8)式に乗ずることにより、実用単位で表わした脈動トルクが求まる。その際、 $m_{e0}$  は次式の  $M_{e0}$  となる。

$$M_{e0} = m_{e0} M_n = \frac{\sqrt{3} U_1 I}{9.8 \cdot 2\pi \frac{N}{60}} \quad (\text{kg} \cdot \text{m}) \quad \dots\dots\dots (6.9)$$

こゝで、 $U_1, I, N$  は運転時の電機子端子電圧(V)、基準電機子電流(A) ( $=\sqrt{\frac{2}{3}} I_g$ ) および回転速度(rpm)である。

### 6.5.3 脈動トルクの高調波成分

軸系との共振を考える場合に、脈動トルクの各高調波成分を求めることが必要である。

脈動トルク  $m_e$  は、通常通電期間および転流期間に対して、それぞれ(6.6),(6.8)式で与えられるので、これをフーリエ解析することにより、高調波成分を求めることが出来る。

トルクの各高調波成分は付録6に示すように、制御角  $\alpha$  と重り角  $u$  の値によって変化する。 $6\nu f$  (Hz) の脈動トルクを  $m_{e6\nu}$  ( $\nu = 1, 2, 3, \dots\dots\dots$ ) で表わす。

第6.8図に第18次までの高調波トルク成分  $m_{e6\nu}$  を図示した。

脈動トルクの基本波である  $m_{e6}$  (6f 成分) は、 $u \leq 40^\circ$  では、 $\alpha$  または  $r = 90^\circ - \frac{1}{2}u$  でほぼ最大になる。

また、12f 成分以上は、 $u$  の増大と共に小さくなり、 $u \geq 30^\circ$  では6f 成分より1桁小さい値となる。

脈動トルクによる軸系の共振現象や応力解析は、例えば再閉路時のタービン発電機の軸系解析法などが適用できるが、軸系解析における電気トルクとして、本章の結果が用いられる。

## 6.6 結 言

本章の要点は次の通りである。

(1) 第2章で求めた転流方程式を解いて電機子電流を求め、これをフーリエ解析して各高調波成分を算出し、図に示した。

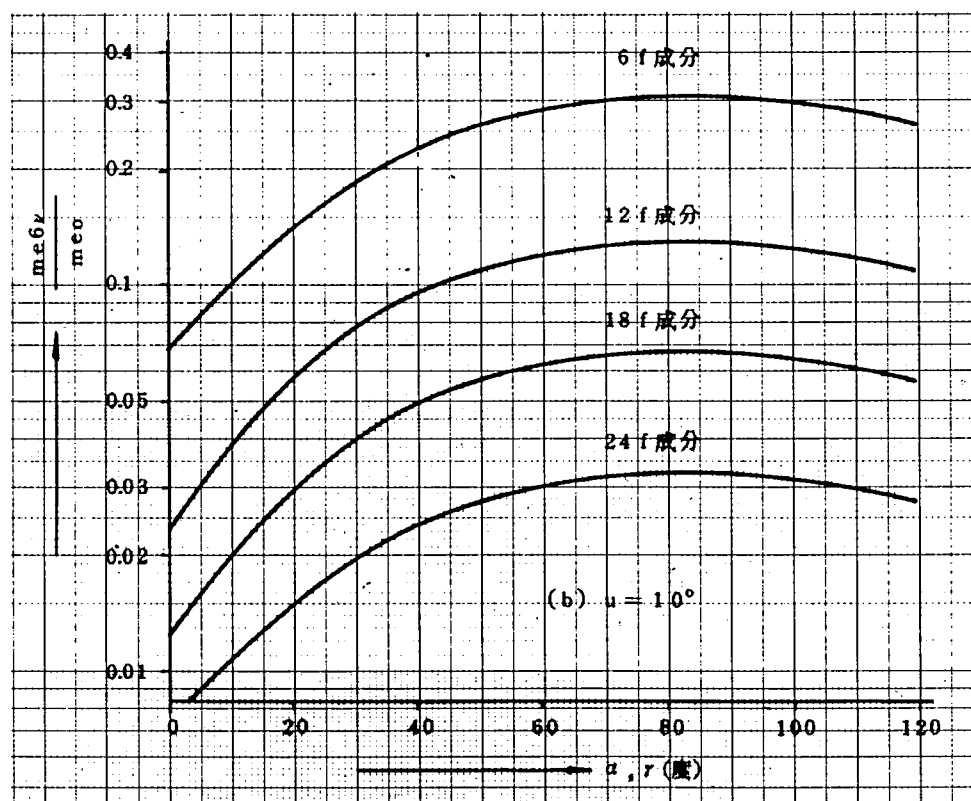
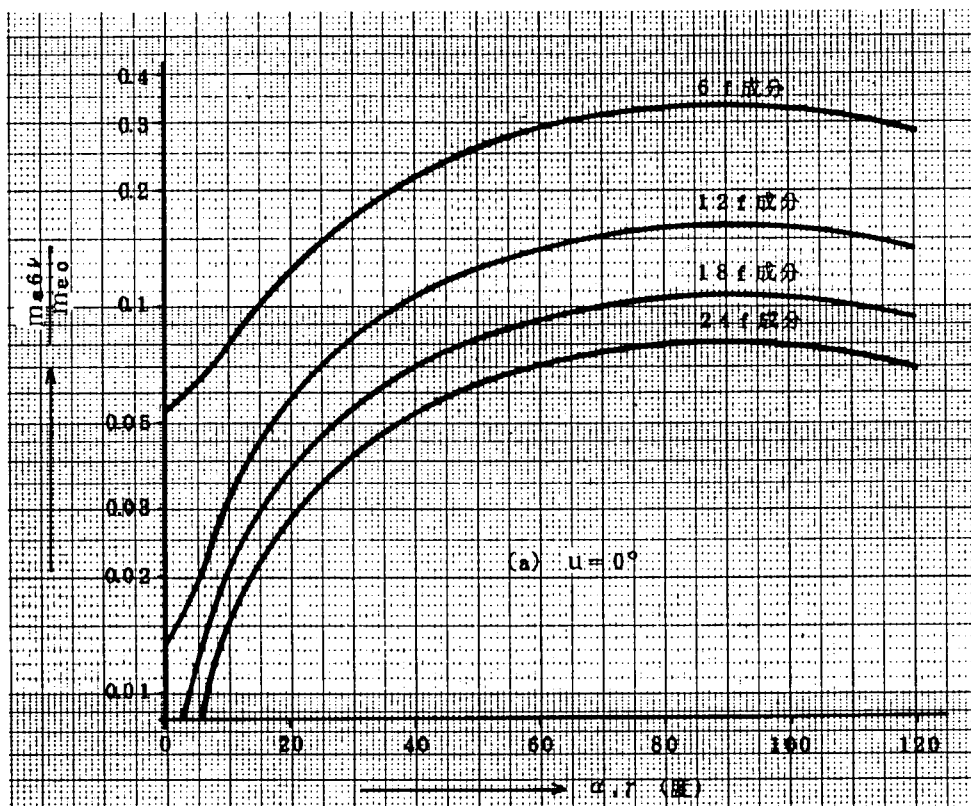
なお、整流器付同期機の高調波電流は、回転子電流およびトルクに  $6f$ 、 $12f$ 、 $18f$ 、……成分を発生する。

(2) 回転子における高調波電流の合成起磁力の振巾は、基本波反作用起磁力の中心位置で最小となり、それと  $90^\circ$  離れた位置で最大となることを明らかにした。

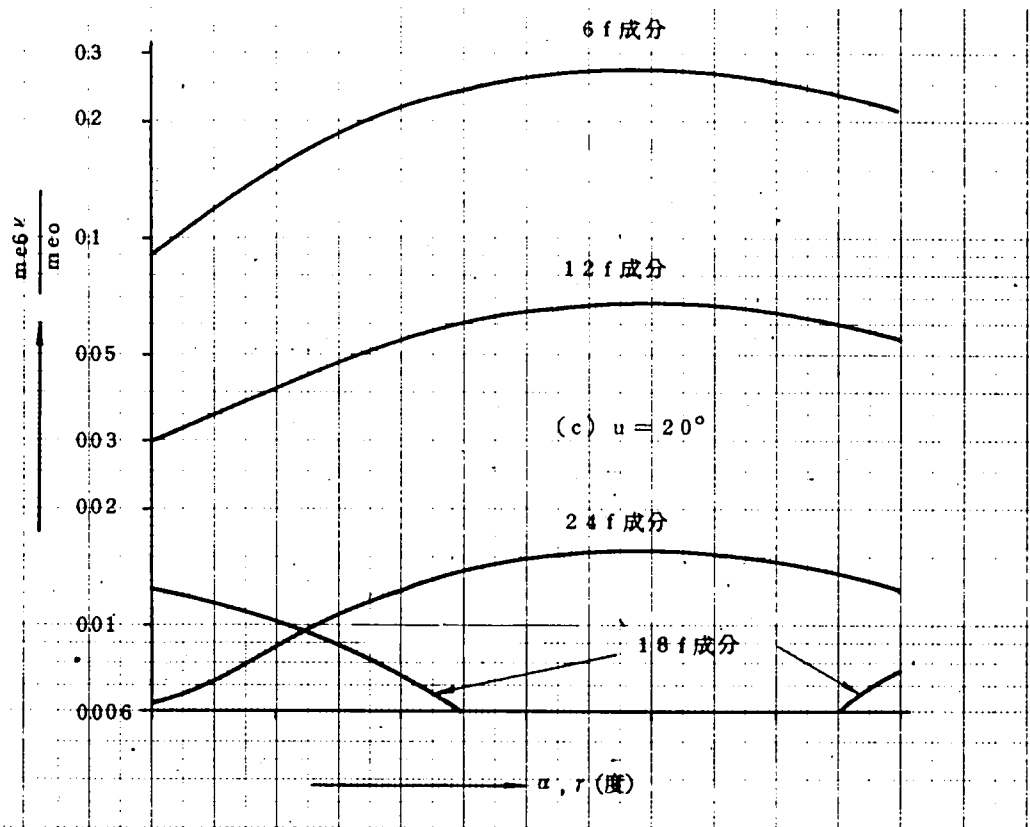
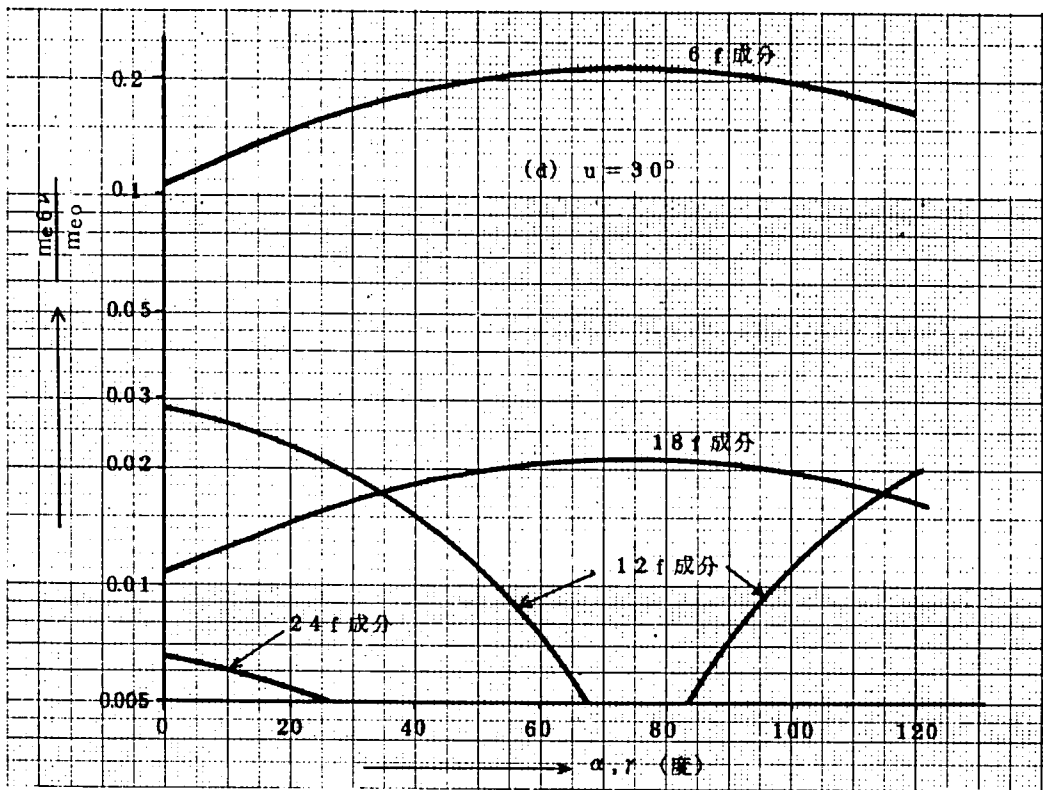
(3) 等価逆相電流（高調波電流による回転子表面の渦電流）は、回転子表面の温度上昇を決める値であるので、合成起磁力の最大で考え、しかも制動巻線の実効抵抗がそこに流れる電流の周波数の平方根に比例することを考慮して、等価逆相電流の計算式（6.3式）を導出した。

(4) 等価逆相電流と制御角および重り角の関係を求め、通常同期機を整流器付同期機に転用するときの定格出力の算定法を示した。

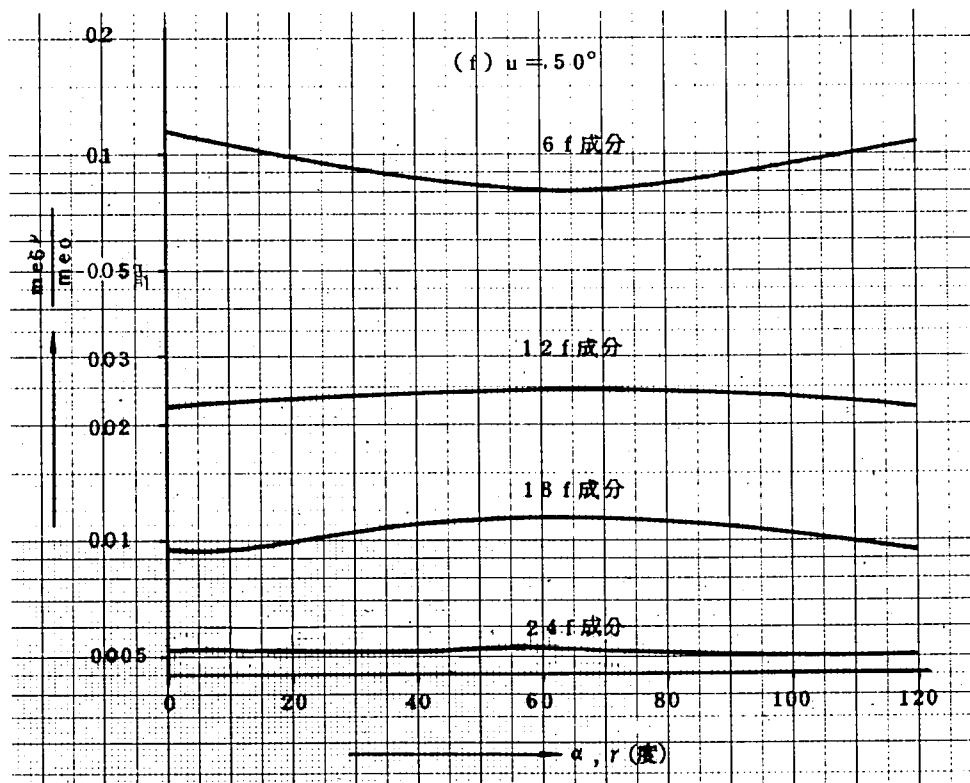
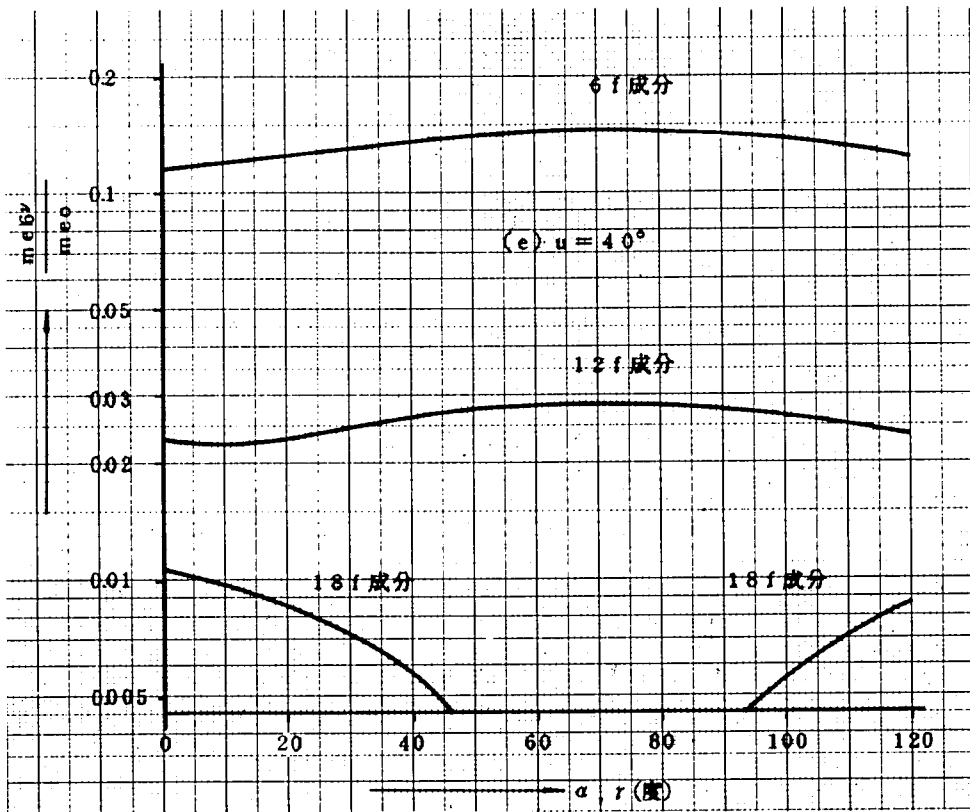
(5) 第2章で求めた磁束と電機子電流を用いて脈動トルクを求め、その各高調波成分を図示した。



第 6.8 図(a) 脈動トルクの高調波成分



第 6.8 図(b) 脈動トルクの高調波成分



第 6.8 図(c) 脈動トルクの高調波成分

## 第7章 結 言

以上、整流器付同期機の特長について、主として設計の面から解析し、これを実測結果の対比により実証した。

整流器付同期機は、転流のため1サイクルに6回線間短絡を生じるので、その特性は勿論、設計上も通常同期機とは異なったものとなる。

本研究は整流器付同期機の基本式を求め、これを用いて整流器付同期機の転流方程式、転流リアクタンス、ベクトル図、基本特性、界磁電流、高調波電流による同期機への影響など、広範囲に亘って論じたものである。

本研究により、整流器付同期機の特長が明確になり、取り扱いが通常同期機との対比の上で可能になったことは、機械を経済的に設計製作する上において有意義なことであったと考える。本研究の成果を要約すると、次の通りである。

- (1) 整流器付同期機が線間短絡の繰返し現象であることに着目して、 $d$ 、 $q$ 軸電機子電流および界磁電流の平均値 $\bar{i}_d$ 、 $\bar{i}_q$ 、 $\bar{i}_f$ を導入し、しかも鎖交磁束一定の理を用いて、整流器付同期機の基本式の導出を行った。
- (2) 整流器付同期機の厳密な転流方程式を導出した。この式により、転流時のすべての現象を解析することができる。

この転流方程式から、転流リアクタンス $x_t$ が求められ、 $x_t$ は制御角 $\alpha$ と重り角 $u$ によって変るだけでなく、転流期間中も値が変化することを示した。

また、 $x_t$ を定数化する場合には、次式で近似できることを示した。

$$x_t = x_2 + \frac{x_d'' - x_q''}{2} \cos(2\delta + 2\alpha + u)$$

- (3) 仮想的な同期機端子電圧である仮想出力電圧を定義し、新たに導入した。仮想出力電圧は正弦波波形であり、負荷および界磁電流によってその値が変化する電圧で、物理的には初期過渡リアクタンス背後電圧であることを示した。

また、電機子電流の平均値 $\bar{i}_d$ 、 $\bar{i}_q$ は、電機子電流の基本波成分に対応した値であることを示した。

- (4) 電機子電流と界磁電流の平均値 $\bar{i}_d$ 、 $\bar{i}_q$ 、 $\bar{i}_f$ と仮想出力電圧の関係式より、定常状態の整流器付同期機の特長を表わすベクトル図を導出した。

整流器付同期機のベクトル図は、通常同期機のベクトル図における $x_d$ 、 $x_q$ がそれぞれ

$x_d - x_d''$ ,  $x_q - x_q''$  になることを明らかにした。

- (5) 仮想出力電圧と端子電圧の関係から、整流器付同期機の等価回路を導いた。

整流器付同期機と無限大母線に接続される整流器用変圧器を比較すると、仮想出力電圧  $u_1$  が無限大母線に、転流リアクタンス  $x_l$  が変圧器漏れリアクタンスに対比できることを示した。

- (6) 第2章で求めた転流方程式を解いて電機子電流を求め、これを用いて電機子電流の実効値と基本波成分を計算し、結果を図に示した。

また、これらと仮想出力電圧を用いて、実効値力率と基本波力率を算出し、結果を図に示した。

また、特性式は、実用単位でも表わし、単位法表示の式と併記して表に示した。

- (7) 50 kVA と 1050 kVA の同期発電機に対して、各部の波形の計算と実測の対比を行い、両者が良く一致していることを示した。

- (8) JEC114 の界磁電流算定法（ポーシェ・リアクタンスを用いる方法）と整流器付同期機のベクトル図を比較すると、ポーシェ・リアクタンス  $x_p$  が逆相リアクタンス  $x_2$  に、ポーシェ・リアクタンス背後電圧が仮想出力電圧に対応していることを明らかにした。

なお、JEC114 の界磁電流算定法では、ポーシェ・リアクタンスによって鉄心飽和の影響を考慮しているのに対して、整流器付同期機では、仮想出力電圧に鉄心飽和の影響が含まれている。

- (9) 整流器付同期機の界磁電流を、第 5.3 図のベクトル図で算定する方法を提案した。即ち、無負荷飽和曲線上の仮想出力電圧に相当する界磁電流を無負荷成分に、短絡特性曲線上の定格電流に相当する界磁電流の  $\frac{x_d - x_2}{x_d}$  倍を電機子反作用成分にして、これと基本波力率を用いて、界磁電流を算定する方法である。

- (10) 定格が 1050 kVA, 507 rpm と 5250 kW, 500 rpm の 2 つの整流器付同期機に対して、実測結果と著者が提案した界磁電流算定法による計算値の対比を行った。両機械とも、計算と実測結果は良い一致をしていることを示した。

- (11) 第2章で求めた転流方程式を解いて電機子電流を求め、これをフーリエ解析して各高調波成分を算出し、図に示した。

なお、整流器付同期機の高調波電流は、回転子電流およびトルクに  $6f, 12f, 18f, \dots$  成分を発生する。

回転子における高調波電流の合成起磁力の振巾は、基本波反作用起磁力の中心位置で最小となり、それと  $90^\circ$  離れた位置で最大となることを明らかにした。

- (12) 等価逆相電流（高調波電流による回転表面の渦電流）は、回転子表面の温度上昇を決め

る値であるので、合成起磁力の最大で考え、しかも制動巻線の実効抵抗がそこに流れる電流の周波数の平方根に比例することを考慮して、等価逆相電流の計算式を明らかにした。

また、等価逆相電流と制御角および重り角の関係を求め、通常同期機を整流器付同期機に転用するときの定格出力の算定法を示した。

(13) 第2章で求めた磁束と電機子電流を用いて脈動トルクを求め、その各高調波成分を図示した。

## 謝 辞

本研究は現富士電機製造株式会社 清水照久専務ならびに中田隆康中国営業所長の御指導のもとで開始し、発展させたものである。こゝに深甚なる感謝の意を表わす次第です。

本論文をまとめるに当って、御懇切な指導を賜った京都大学工学部 上之園親佐教授ならびに有益な御助言を賜った京都大学工学部 岡田隆夫教授および木嶋昭教授に厚く御礼申し上げます。

また、本論文の作成に対して、暖かい励ましをいただいた富士電機製造株式会社川崎工場 池田嗣朗工場長ならびに富士電機サービス株式会社 倉持竜一取締役役に心より感謝致します。

最後に、本研究の推進に当って、御協力を頂いた富士電機製造株式会社川崎工場の各位に感謝の意を表わします。



## 主 要 記 号 表

$e_g$	: 整流装置直流側電圧	(p.u.)
$I$	: 基準電機子電流 ( $=\sqrt{2/3} I_g$ )	(A)
$i_1$	: 電機子電流の基本波成分	(p.u.)
$I_{2eq}$	: 等価逆相電流 (実効値)	(A)
$I_{2zul}$	: 許容逆相耐力	(%)
$i_{eff}$	: 電機子電流の実効値	(p.u.)
$i_g$	: 整流装置直流側電流	(p.u.)
$I_\nu$	: 電機子電流の $\nu$ 次高調波電流実効値	(A)
$n$	: 回転速度	(p.u.)
$u$	: 重り角	(rad.)
$u_1$	: 仮想出力電圧	(p.u.)
$x_2$	: 逆相リアクタンス	(p.u.)
$x_d'', x_q''$	: d, q 軸初期過渡リアクタンス	(p.u.)
$x_t, X_t$	: 転流リアクタンス	(p.u.), ( $\Omega$ )
$\alpha$	: 制御角	(rad.)
$r$	: 電動機運転時の転流余裕角	(rad.)
$\delta$	: 内部相差角	(rad.)
$\tau$	: 定格時での電気角で表わした時間 ( $2\pi f_n t$ )	(rad.)
$\varphi_1$	: 基本波成分の力率角	(rad.)

## 参 考 文 献

- (1) 榎本, 安木, 横川, 森安: アルミ電解用無整流子形直流発電設備の制御, 昭和44年電気学会東京支部大会244
- (2) K.Bayer, P.Klinkow: Schutzmassnahmen bei Drehstrom-Wellengeneratorenanlagen mit statischem Umformer für Hochseeschiffe, Siemens-Zeitschrift 47, H 10, P.724 (1973)
- (3) R.Kerkman, eta: An inquiry into adjustable speed operation of a pumped hydroplant, IEEE trans.on Power Apparatus and System, Vol.PAS-99, NO.5 Sept/Oct, P.1828(1980)
- (4) 日置, 山本, 他: サイリスタの揚水起動システムへの応用, 東芝レビュー-Vol 34, NO.1 P.9(1979)
- (5) W.Bonwick, V.Jones: Performance of a synchronous generator with a bridge rectifier, Proc.IEE, Vol.119, NO.9, P.1338(1972)
- (6) W.Bonwick, V.Jones: Rectifier-loaded synchronous generators with damper windings, Proc.IEE, Vol.120, NO.6, P.65 (1973)
- (7) W.Bonwick: Voltage waveform distortion in synchronous generators with rectifier loading, Proc.IEE, Vol.127, NO.1, P.13(1980)
- (8) 武田, 安岡, 平紗: 無整流子電動機におけるダンパ巻線のトルクに及ぼす影響, 電気学会論文誌B96, P.123(1976)
- (9) 森安: サイリスタを負荷とする同期発電機, 昭和42年電気学会東京支部大会373
- (10) 森安, 灘波: サイリスタ電動機, 昭和44年電気四学会連合大会599
- (11) S.Moriyasu,K.Endo:The Ripple loss at the rotor surface of synchronous machines,IEEE Trans.on Power Apparatus and Systems,Vol.PAS-99,No.6 Nov/Dec,P. 2393(1980)

- 02 森安： 整流器を負荷とする同期発電機の諸問題，昭和55年電気四学会連合大会 1-2-2
- 03 例えば： W.Schuisky： Berechnung elektrischer Maschinen, Springer-Verlag  
(1960), P.119, 227

## 付 録

### 付録 1 Park の方程式

Park の方程式は、飽和のない同期機に対して、理論的に導かれた式であるが、現在同期機に関連する各種の過渡現象解析に一般的に使用されている。

Park の方程式は付 1 図、付 2 図より、次のように記述される。なお、本方程式は発電機運転を基準にして表わしている。

$$u_d = -\frac{d\varphi_d}{d\tau} - \varphi_q \frac{d\theta}{d\tau} - r_1 i_d$$

$$u_q = -\frac{d\varphi_q}{d\tau} + \varphi_d \frac{d\theta}{d\tau} - r_1 i_q$$

$$e_f = \frac{d\varphi_f}{d\tau} + r_f i_f$$

$$0 = \frac{d\varphi_{kd}}{d\tau} + r_{kd} i_{kd}$$

$$0 = \frac{d\varphi_{kq}}{d\tau} + r_{kq} i_{kq}$$

$$p = u_d i_d + u_q i_q$$

$$m_e = \varphi_q i_d - \varphi_d i_q$$

$$\tau_j \frac{d^2\theta}{d\tau^2} = m_e + m_L$$

$$\varphi_d = x_1 i_d + x_{ad} (i_d + i_f + i_{kd})$$

$$\varphi_q = x_1 i_q + x_{aq} (i_q + i_{kq})$$

$$\varphi_f = x_f i_f + x_{ad} (i_d + i_f + i_{kd})$$

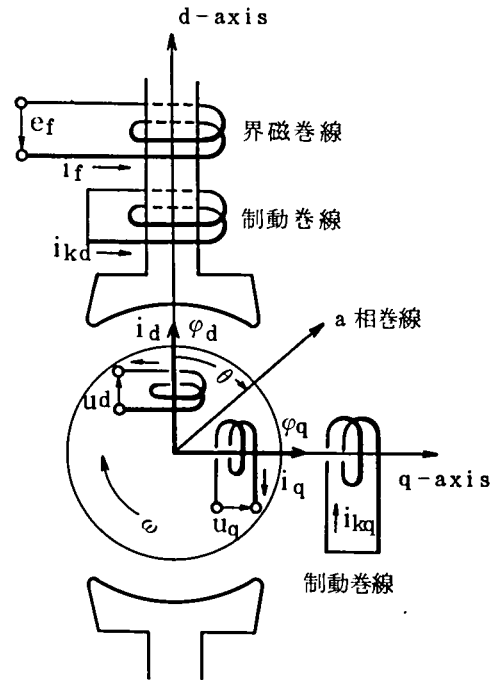
$$\varphi_{kd} = x_{kd} i_{kd} + x_{ad} (i_d + i_f + i_{kd})$$

$$\varphi_{kq} = x_{kq} i_{kq} + x_{aq} (i_q + i_{kq})$$

$$e_a = u_d \cos \theta + u_q \sin \theta$$

$$e_b = u_d \cos \left( \theta - \frac{2\pi}{3} \right) + u_q \sin \left( \theta - \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$e_c = u_d \cos \left( \theta - \frac{4\pi}{3} \right) + u_q \sin \left( \theta - \frac{4\pi}{3} \right)$$



付 1 図 同期機モデル

$$u_d = \frac{2}{3} \{ i_a \cos \theta + i_b \cos (\theta - \frac{2\pi}{3}) + i_c \cos (\theta - \frac{4\pi}{3}) \}$$

$$u_q = \frac{2}{3} \{ i_a \sin \theta + i_b \sin (\theta - \frac{2\pi}{3}) + i_c \sin (\theta - \frac{4\pi}{3}) \}$$

$$i_a = i_d \cos \theta + i_q \sin \theta$$

$$i_b = i_d \cos (\theta - \frac{2\pi}{3}) + i_q \sin (\theta - \frac{2\pi}{3})$$

$$i_c = i_d \cos (\theta - \frac{4\pi}{3}) + i_q \sin (\theta - \frac{4\pi}{3})$$

$$i_d = \frac{2}{3} \{ i_a \cos \theta + i_b \cos (\theta - \frac{2\pi}{3}) + i_c \cos (\theta - \frac{4\pi}{3}) \}$$

$$i_q = \frac{2}{3} \{ i_a \sin \theta + i_b \sin (\theta - \frac{2\pi}{3}) + i_c \sin (\theta - \frac{4\pi}{3}) \}$$

本文 2.3 項に説明されていない記号の意味は次の通りである。

$r_1$  : 電機子巻線抵抗 (p.u.)

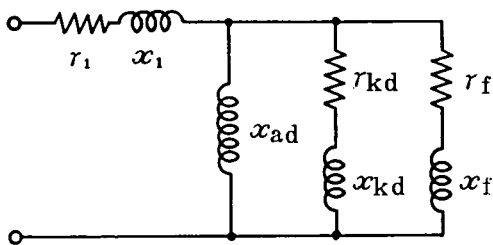
$\tau_j$  : 加速定数 (rad.)

$$= 2\pi f_n \cdot 2.74 \frac{GD^2 (\text{kg} \cdot \text{m}^2)}{P_n (\text{kVA})} \left( \frac{N_n (\text{rpm})}{1000} \right)^2$$

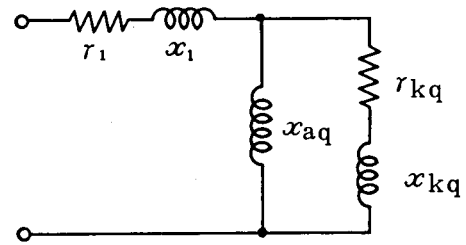
$p$  : 電気出力 (p.u.)

$m_e$  : 電気トルク (加速トルクを正) (p.u.)

$m_L$  : 駆動機または負荷機のトルク (加速トルクを正) (p.u.)



(a) 直軸回路



(b) 横軸回路

付 2 図 同期機の等価回路

## 付録2 単位法と実用単位の関係

同期機の過渡現象を解析する際、その物理量は単位法表示を用いることが一般的に行われている。

単位法表示の基準に用いる値は、定格出力  $P_n$  (kVA)、定格端子電圧  $U_n$  (V)、定格電流  $I_n$  (A) および定格速度  $N_n$  (rpm) で、各値の 1p.u. は次の通りである。

電圧 (電機子相電圧波高値)	: $\sqrt{2} \frac{U_n}{\sqrt{3}}$ (V)
電流 (電機子電流波高値)	: $\sqrt{2} I_n$ (A)
インピーダンス	: $\frac{U_n}{\sqrt{3} I_n}$ ( $\Omega$ )
鎖交磁束数 (電機子各相有効鎖交磁束の波高値)	: $\frac{\sqrt{2} U_n}{\sqrt{3} \cdot 2\pi \cdot f_n}$ (V·S または Wb)
出力	: $P_n = \sqrt{3} \cdot U_n \cdot I_n$ (VA または W)
トルク	: $\frac{P_n}{9.8 \cdot 2\pi \cdot \frac{N_n}{60}}$ (kg·m)
界磁電流	: $\frac{X_d - X_1}{X_d} \cdot I_{fk}$ (A)
回転速度	: $N_n$ (rpm)
時間	: $2\pi f_n t$ (rad.)

こゝで、 $f_n$  は定格周波数 (Hz)、 $I_{fk}$  は 3 相短絡時に  $I_n$  を流すに要する界磁電流 (A)、 $X_1$  は電機子洩れリアクタンス ( $\Omega$ )、 $X_d$  は直軸同期リアクタンスの非飽和値 ( $\Omega$ ) である。

実用単位から単位法への換算を、Park の方程式の直軸電圧について示すと次のようになる。

直軸電圧を  $U_d$  (V)、d, q 軸磁束を  $\Phi_d$ 、 $\Phi_q$  (Wb)、電機子抵抗を  $R_1$  ( $\Omega$ )、直軸電流を  $I_d$  (A) とすると、実用単位で次の関係がある。(すべて瞬時値)

$$U_d = -\frac{d\Phi_d}{dt} - \Phi_q \frac{d\theta}{dt} - R_1 I_d$$

両辺を、電圧の per unit 値である  $\sqrt{2} U_n / \sqrt{3}$  で割って整理すると、次のようになる。

$$\frac{U_d}{\frac{\sqrt{2} U_n}{\sqrt{3}}} = -\frac{d}{d(2\pi f_n t)} \left( \frac{\Phi_d}{\frac{\sqrt{2} U_n}{\sqrt{3} \cdot 2\pi f_n}} \right) - \frac{\Phi_q}{\frac{\sqrt{2} U_n}{\sqrt{3} \cdot 2\pi f_n}} \cdot \frac{d\theta}{d(2\pi f_n t)} - \frac{R_1}{\frac{U_n}{\sqrt{3} I_n}} \cdot \frac{I_d}{\sqrt{2} I_n}$$

より, Park の方程式の per unit 表示である次式を得る。

$$u_d = - \frac{d\varphi_d}{d\tau} - \varphi_q \frac{d\theta}{d\tau} - r_1 i_d$$

### 付録 3 電機子電流の高調波成分

電機子電流  $i_a$  (A) は  $\theta = n\tau - \delta$  とおくと, (4.5), (4.7) 式より次のようになる。

(a)  $\theta = \alpha \sim \alpha + u$

$$i_a = \frac{\cos \alpha - \cos \theta}{2 \sin(\alpha + u/2) \sin u/2} \cdot I_g$$

(b)  $\theta = \alpha + u \sim \alpha + \frac{2\pi}{3}$

$$i_a = I_g$$

(c)  $\theta = \alpha + \frac{2\pi}{3} \sim \alpha + \frac{2\pi}{3} + u$

$$i_a = \left( 1 - \frac{\cos \alpha - \cos(\theta - \frac{2\pi}{3})}{2 \sin(\alpha + \frac{u}{2}) \sin \frac{u}{2}} \right) \cdot I_g$$

(d)  $\theta = \alpha + \frac{2\pi}{3} + u \sim \alpha + \pi$

$$i_a = 0$$

$\nu$  次高調波電流の  $\cos \nu(\theta - \frac{\pi}{3})$  成分を  $a_\nu$ ,  $\sin \nu(\theta - \frac{\pi}{3})$  成分を  $b_\nu$  とおくと, 次のようになる。

(1)  $\nu = 1$  のとき

$$a_1 = \frac{\sqrt{3} I_g}{4\pi \sin(\alpha + \frac{u}{2}) \sin \frac{u}{2}} \{ \cos(2\alpha) - \cos 2(\alpha + u) \}$$

$$b_1 = \frac{\sqrt{3} I_g}{4\pi \sin(\alpha + \frac{u}{2}) \sin \frac{u}{2}} \{ \sin 2(\alpha + u) - \sin 2\alpha - 2u \}$$

(2)  $\nu = 6n \pm 1$  ( $n = 1, 2, 3, 4 \dots$ ) のとき

$$a_\nu = \frac{2 I_g \cos(\frac{\pi}{6} \nu)}{\pi \sin(\alpha + \frac{u}{2}) \sin \frac{u}{2}} \cdot \{ \cos(\alpha + u) \cos \nu(\alpha + u) \\ + \nu \sin(\alpha + u) \sin \nu(\alpha + u) - \cos \alpha \cos \nu \alpha \\ - \nu \sin \alpha \cdot \sin \nu \alpha \}$$



$$b_{\nu} = \frac{2 I_g \cos \left( \frac{\pi}{6} \nu \right)}{\pi \sin \left( \alpha + \frac{u}{2} \right) \sin \frac{u}{2}} \cdot \left\{ \cos \alpha \sin \nu \alpha - \nu \sin \alpha \cos \nu \alpha \right. \\ \left. - \cos (\alpha + u) \sin \nu \alpha + \nu \sin (\alpha + u) \cos \nu (\alpha + u) \right\}$$

以上より、電機子電流の $\nu$ 次高調波成分の実効値 $I_{\nu}$ は

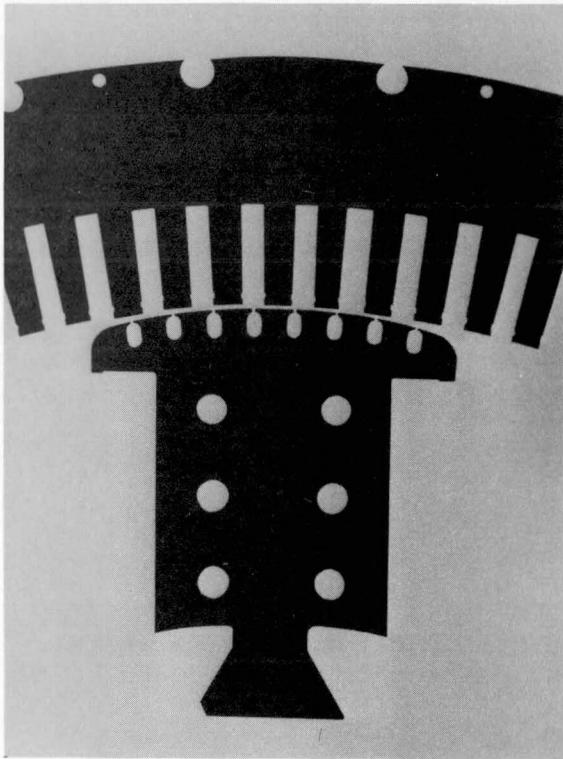
$$I_{\nu} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{a_{\nu}^2 + b_{\nu}^2}$$

となる。

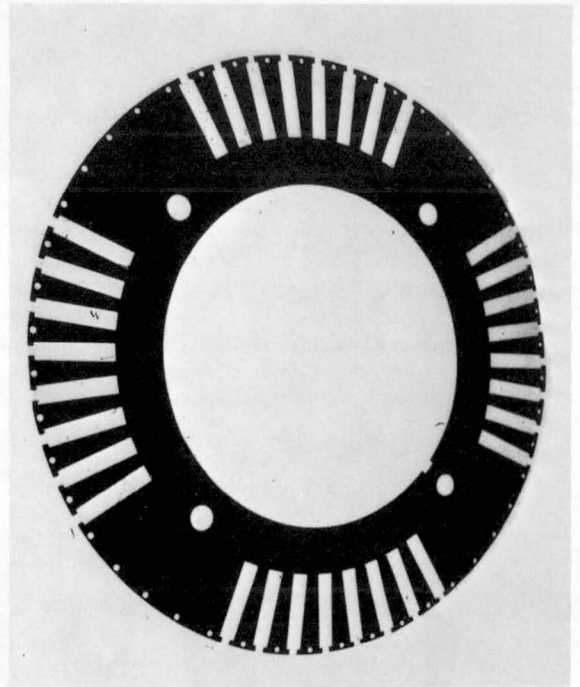
なお、 $I_{\nu}$ を $\alpha$ と $u$ の関数として求めたが、 $\alpha$ を $r$ に置き換えても結果は同一である。

## 付録 4 同期機の逆相耐力

通常同期機の磁極構造は普通付 3 図に示すように、突極形と円筒形があり、磁極頭部に制動巻線が設けられている。



(a) 突極形構造



(b) 円筒形構造

付 3 図 同期機の磁極構造の例

円筒形構造は付 3 図(b)の積層鉄心形以外に、10 MVA以上の2極タービン発電機のように、固塊回転子構造もある。

一般同期機の連続逆相耐量は J E C 1 1 4 に規定されており、突極形構造に対して 12 %，円筒形構造に対して 10 %である。

逆相耐力値は一般に出力の増大と共に、同期機にとって苦しくなるが、10 MVA (MW) 以下の通常同期機では、固塊回転子構造を除き、発電機において 15 ~ 20 %，電動機において 20 ~ 30 %の逆相耐力を一般に有している。

整流器付同期機に主として用いられる突極形同期機の制動巻線構造と最大連続逆相耐力の関係は大略付1表の通りである。

付1表 最大連続逆相耐力

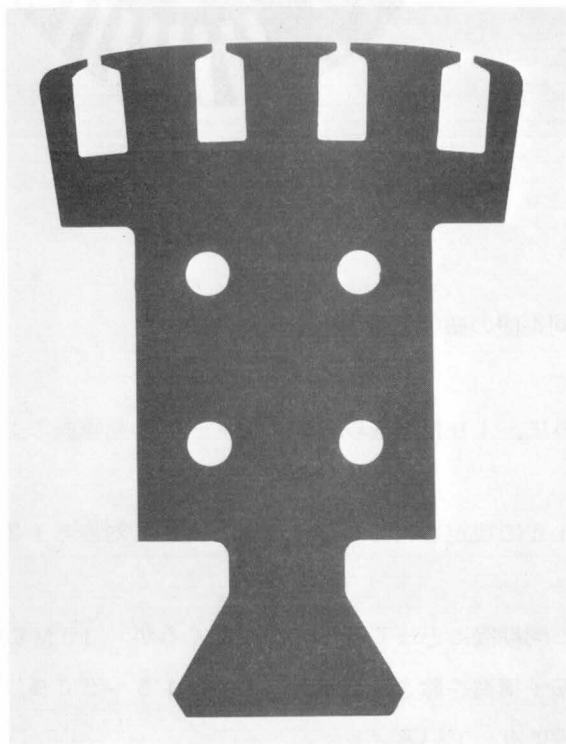
制動巻線構造	最大連続逆相耐力
丸ダンパ	≤約30%
両丸ダンパ	≤約45%
分割素線ダンパ	制限無し

分割素線ダンパの代表的磁極鉄心を付4図に示す。

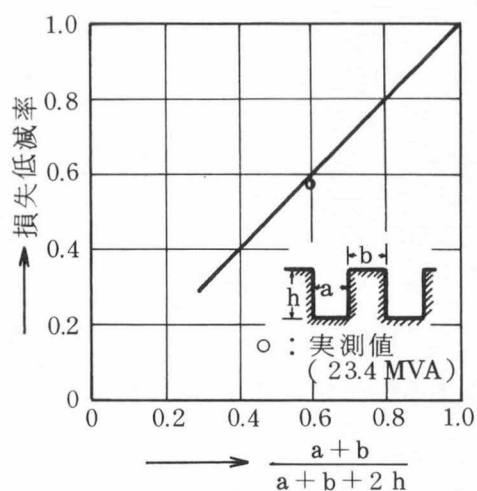
逆相電流が増大すると制動巻線のみならず、磁極端板などの固塊磁極部分の損失・過熱を考慮する必要がある。

これに対する対策としては、磁極表面にスリット加工をすることが有効で、付5図に示すように、磁極表面損は軸方向の磁極表面長に逆比例して低減する。<sup>(1)</sup>

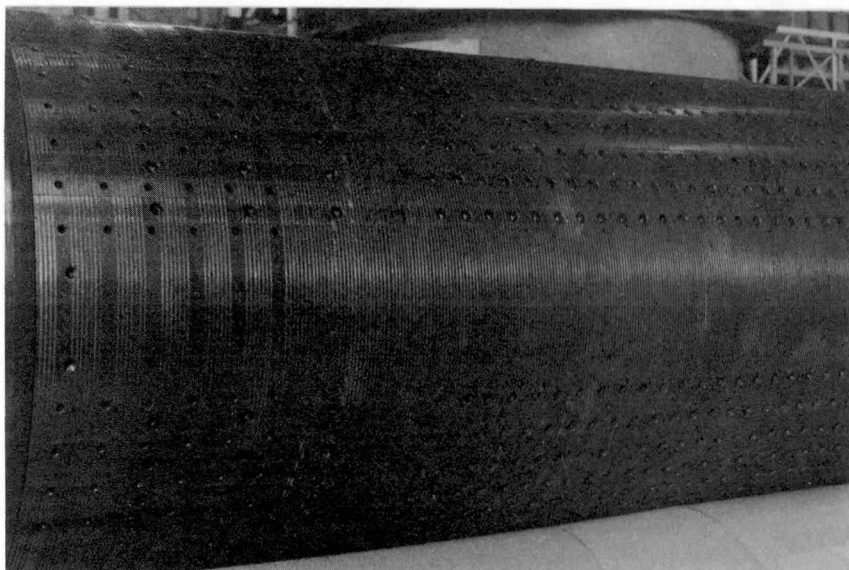
さらに、スリット加工により、冷却表面積が増大する効果もある。付6図は23MVA、4極タービン発電機のスリット加工を示し、この際の損失低減率の実測値を付5図に示す。



付4図 分割素線ダンパ巻線を有する  
磁極鉄心の例



付5図 固塊磁極部分のスリット加工  
による損失低減



付6図 スリット加工した23MVA発電機

#### 参考文献

- (1) S.Moriyasu, K.Endo : The Ripple loss at the rotor surface of synchronous machines, IEEE Trans.on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-99, No.6 Nov/Dec, P. 2393 (1980)

## 付録5 脈動トルクの波形

脈動トルク  $m_e$  は、本文(6.6)式と(6.8)式で与えられる。

付7図に  $\alpha = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ$  における脈動トルク波形を示す。横軸は  $\theta = n\tau - \delta$  で表わしており、 $\theta = 0$  の時点は第2.6図における負荷時のa相とc相電圧の交点である。 $\alpha$  が小さい範囲( $0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$ )では、発電機運転であるためブレーキトルクとなり、トルクは負となる。

$\alpha$  が  $90^\circ$  を越えると電動機運転で加速トルクとなり、トルクは正となる。

付8図は電動機運転を対象にした脈動トルク波形で、 $r = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$  について図示した。なお  $\alpha$  と  $r$  の間には、 $\alpha + r + u = 180^\circ$  の関係がある。

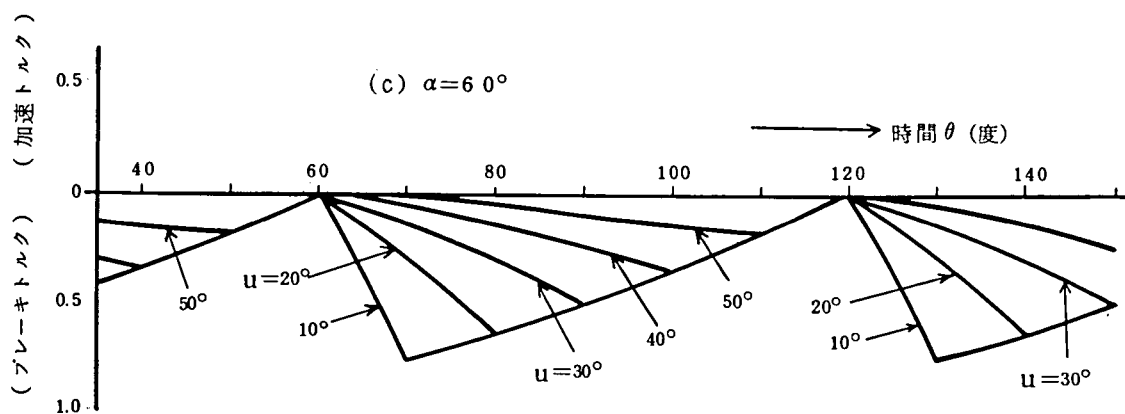
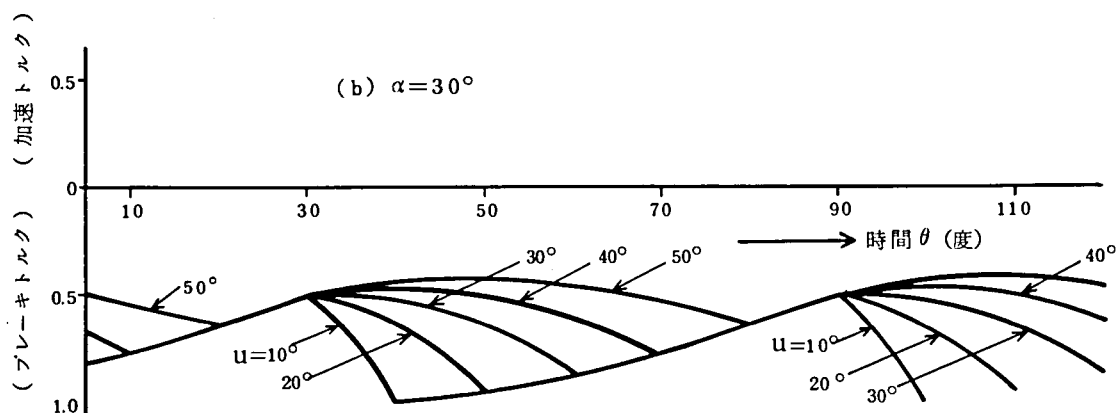
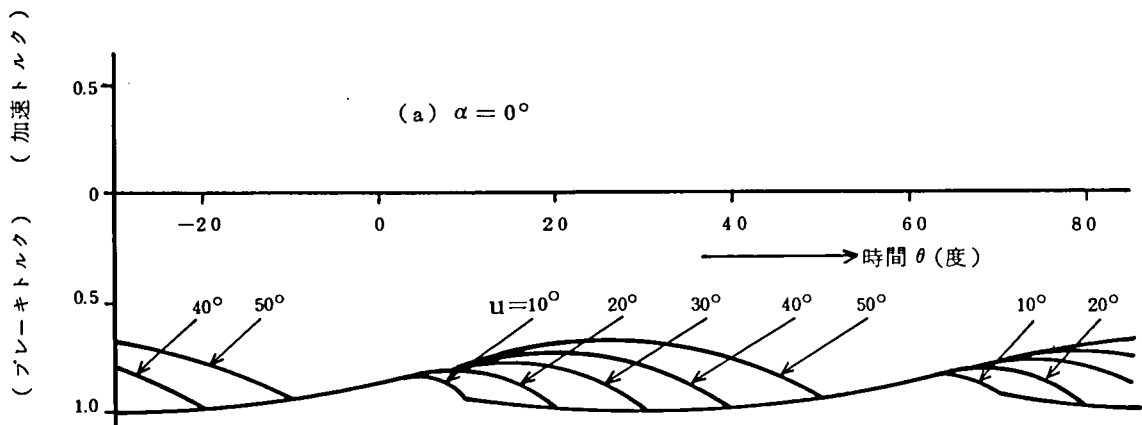
付7図、付8図から分るように、 $u$  が小さい範囲では、転流期間のトルク波形はほぼ直線であるが、 $u$  が大きくなると正弦波波形の一部が現われ曲線状となる。

脈動トルク  $m_e$  のうち、平均トルク  $\overline{m_e}$  が機械の仕事量を表わす。 $\overline{m_e}$  は本文(6.6)、(6.8)式で与えられる  $m_e$  を  $\pi/3n$  期間平均して求めることができる。

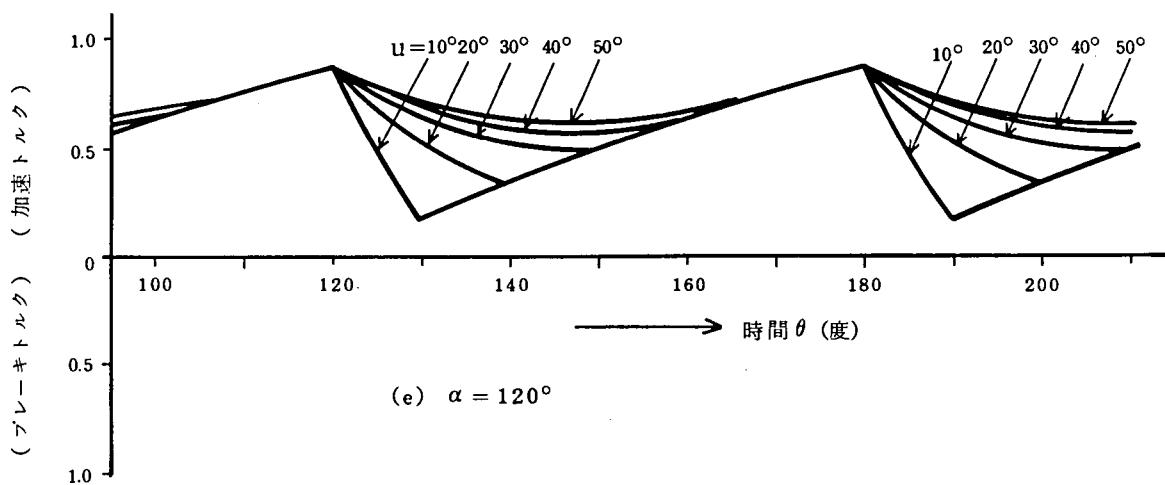
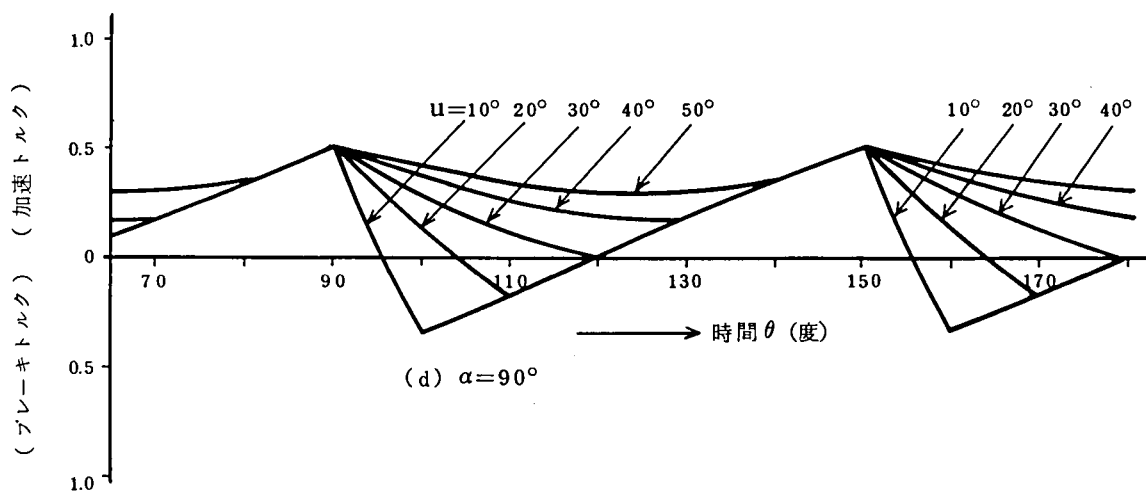
$$\overline{m_e} = -\frac{3}{\pi} m_{e0} \cos\left(\alpha + \frac{u}{2}\right) \cos \frac{u}{2}$$

付9図は平均トルク  $\overline{m_e}$  および脈動分トルクの peak - peak 値  $4m_e$  と  $\alpha$  (または  $r$ )、 $u$  の関係を示したものである。

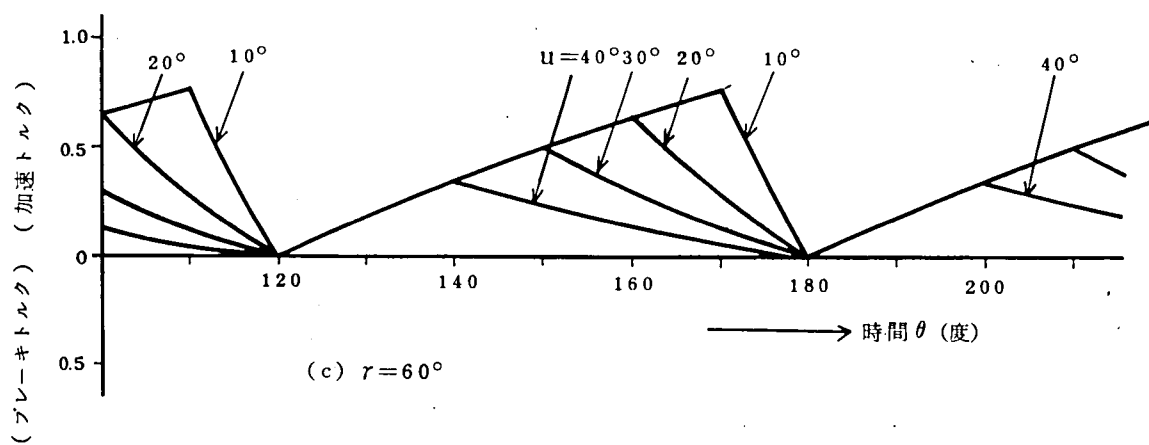
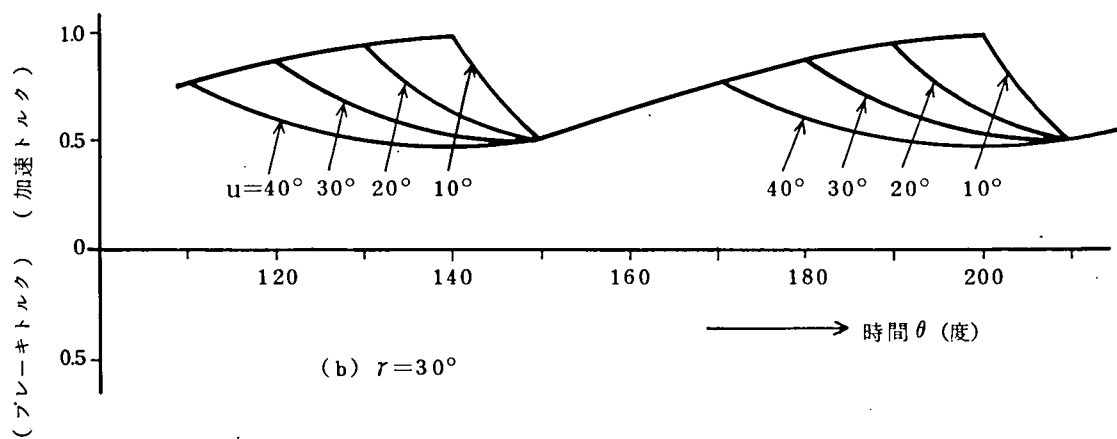
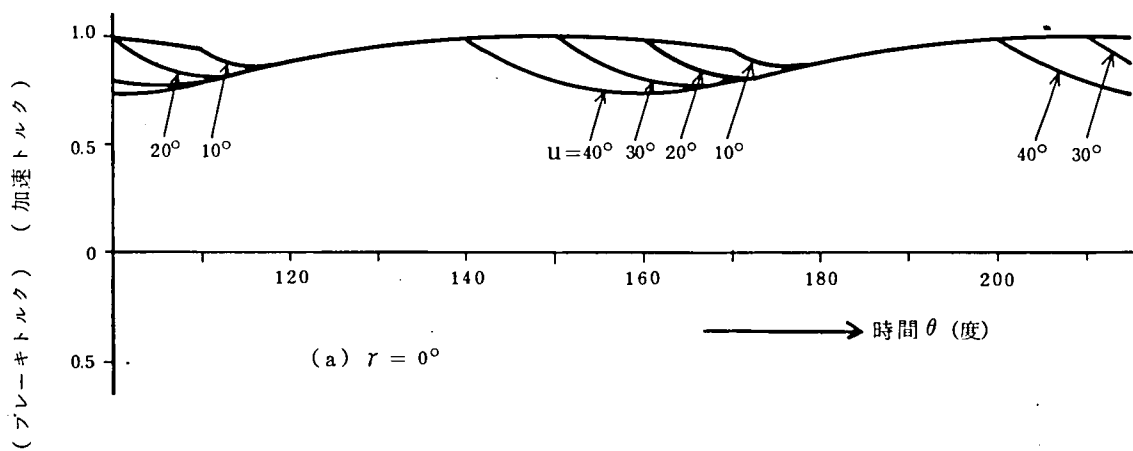
一般に平均トルクが最小のときに、脈動トルクが最大となる。



付7図(a) 脈動トルク波形 ( $\alpha = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$ )

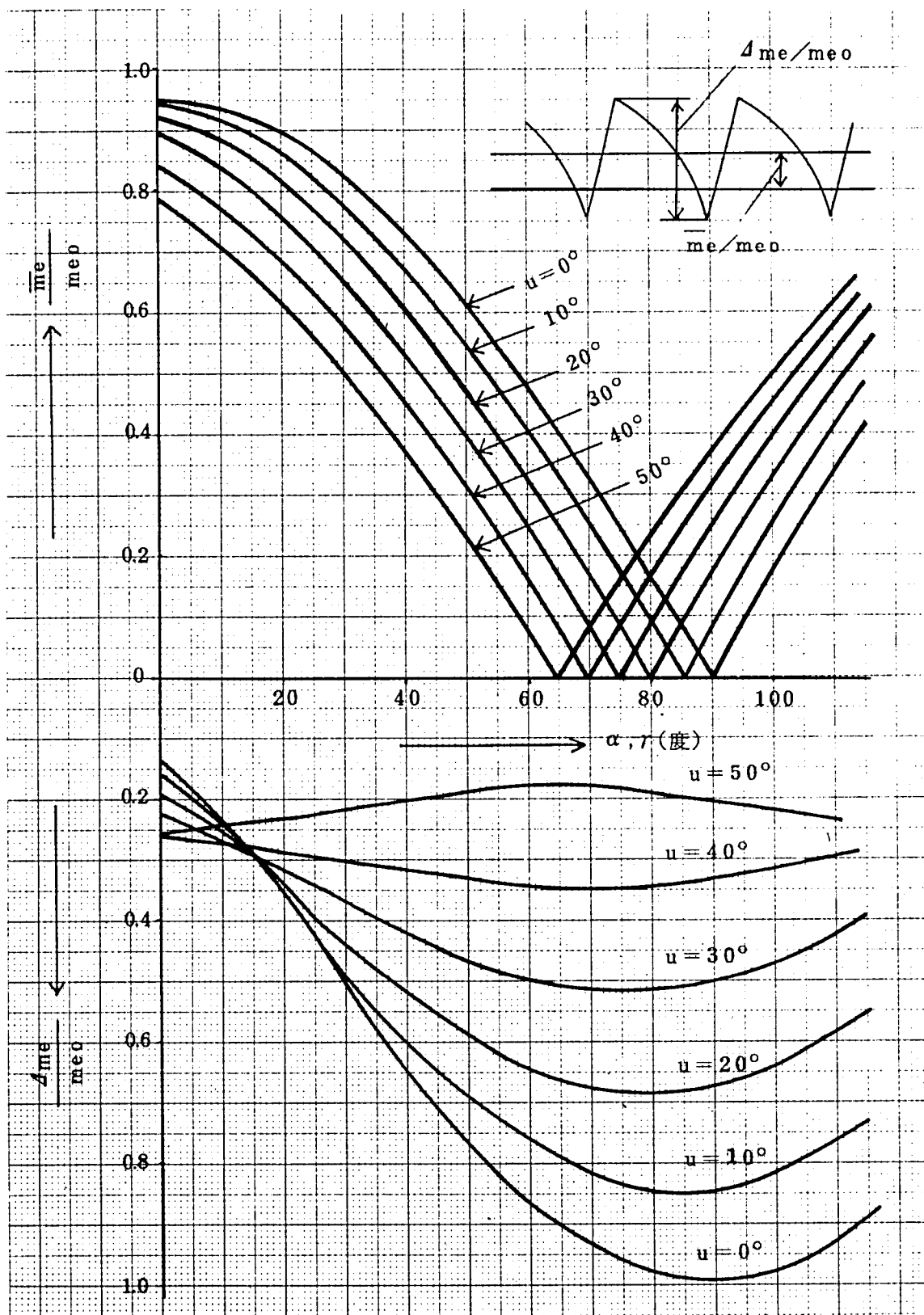


付7図(b) 脈動トルク波形 ( $\alpha = 90^\circ, 120^\circ$ )



付 8 図 電動機運転時の脈動トルク波形





付 9 図 平均トルクと脈動分トルク

## 付録 6 脈動トルクの高調波成分

脈動トルク  $m_e$  は ( 6.6 ), ( 6.8 ) 式で与えられるので, これをフーリエ解析することにより, 電気トルクの高調波成分  $m_{e6\nu}$  ( $\nu = 1, 2, 3, \dots$ ) を求めることが出来る。

いま,  $\alpha = \beta - \delta$ ,  $\theta = n\tau - \delta$  とおき, 基本波周波数  $f$  の  $6\nu$  次高調波トルクの  $\cos(6\nu\theta)$  成分を  $a_{6\nu}$ ,  $\sin(6\nu\theta)$  成分を  $b_{6\nu}$  とすると次のようになる。

$$\begin{aligned} a_{6\nu} &= \frac{6}{\pi} \int_{\alpha}^{\alpha+\pi/3} m_e \cdot \cos(6\nu\theta) d\theta \\ &= -\frac{6}{\pi} m_{e0} \left\{ A_1 + \frac{\cos \alpha}{2 \sin(\alpha + \frac{u}{2}) \cdot \sin \frac{u}{2}} \cdot A_2 \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{4 \sin(\alpha + \frac{u}{2}) \sin \frac{u}{2}} \cdot A_3 - A_4 \right\} \end{aligned}$$

ここで

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{1}{6\nu+1} \cdot \cos \left\{ (6\nu+1) \left( \alpha + \frac{u}{2} \right) + \frac{\pi}{6} \right\} \cdot \sin \left\{ (6\nu+1) \frac{u}{2} \right\} \\ &\quad + \frac{1}{6\nu-1} \cdot \cos \left\{ (6\nu-1) \left( \alpha + \frac{u}{2} \right) - \frac{\pi}{6} \right\} \cdot \sin \left\{ (6\nu-1) \frac{u}{2} \right\} \\ A_2 &= \frac{1}{6\nu+1} \cdot \sin \left\{ (6\nu+1) \left( \alpha + \frac{u}{2} \right) \right\} \cdot \sin \left\{ (6\nu+1) \frac{u}{2} \right\} \\ &\quad - \frac{1}{6\nu-1} \cdot \sin \left\{ (6\nu-1) \left( \alpha + \frac{u}{2} \right) \right\} \cdot \sin \left\{ (6\nu-1) \frac{u}{2} \right\} \\ A_3 &= \frac{1}{6\nu+2} \cdot \sin \left\{ (6\nu+2) \left( \alpha + \frac{u}{2} \right) \right\} \cdot \sin \left\{ (6\nu+2) \frac{u}{2} \right\} \\ &\quad - \frac{1}{6\nu-2} \cdot \sin \left\{ (6\nu-2) \left( \alpha + \frac{u}{2} \right) \right\} \cdot \sin \left\{ (6\nu-2) \frac{u}{2} \right\} \\ A_4 &= \frac{1}{6\nu+1} \cdot \cos \left\{ (6\nu+1) \left( \alpha + \frac{u}{2} \right) \right\} \cdot \sin \left\{ (6\nu+1) \frac{u}{2} - \frac{\pi}{6} \right\} \\ &\quad + \frac{1}{6\nu-1} \cdot \cos \left\{ (6\nu-1) \left( \alpha + \frac{u}{2} \right) \right\} \cdot \sin \left\{ (6\nu-1) \frac{u}{2} + \frac{\pi}{6} \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 b_{6\nu} &= \frac{6}{\pi} \int_{\alpha}^{\alpha + \frac{\pi}{3}} m_e \cdot \sin(6\nu\theta) d\theta \\
 &= -\frac{6}{\pi} m_{e0} \left\{ B_1 + \frac{\cos \alpha}{2 \sin(\alpha + u/2) \sin u/2} \cdot B_2 \right. \\
 &\quad \left. - \frac{1}{4 \sin(\alpha + u/2) \sin u/2} \cdot B_3 - B_4 \right\}
 \end{aligned}$$

こゝで

$$\begin{aligned}
 B_1 &= \frac{1}{6\nu+1} \cdot \sin\left\{(6\nu+1)\left(\alpha + \frac{u}{2}\right) + \frac{\pi}{6}\right\} \cdot \sin\left\{(6\nu+1)\frac{u}{2}\right\} \\
 &\quad + \frac{1}{6\nu-1} \cdot \sin\left\{(6\nu-1)\left(\alpha + \frac{u}{2}\right) - \frac{\pi}{6}\right\} \cdot \sin\left\{(6\nu-1)\frac{u}{2}\right\} \\
 B_2 &= -\frac{1}{6\nu+1} \cdot \cos\left\{(6\nu+1)\left(\alpha + \frac{u}{2}\right)\right\} \cdot \sin\left\{(6\nu+1)\frac{u}{2}\right\} \\
 &\quad + \frac{1}{6\nu-1} \cdot \cos\left\{(6\nu-1)\left(\alpha + \frac{u}{2}\right)\right\} \cdot \sin\left\{(6\nu-1)\frac{u}{2}\right\} \\
 B_3 &= -\frac{1}{6\nu+2} \cdot \cos\left\{(6\nu+2)\left(\alpha + \frac{u}{2}\right)\right\} \cdot \sin\left\{(6\nu+2)\frac{u}{2}\right\} \\
 &\quad + \frac{1}{6\nu-2} \cdot \cos\left\{(6\nu-2)\left(\alpha + \frac{u}{2}\right)\right\} \cdot \sin\left\{(6\nu-2)\frac{u}{2}\right\} \\
 B_4 &= \frac{1}{6\nu+1} \cdot \sin\left\{(6\nu+1)\left(\alpha + \frac{u}{2}\right)\right\} \cdot \sin\left\{(6\nu+1)\frac{u}{2} - \frac{\pi}{6}\right\} \\
 &\quad + \frac{1}{6\nu-1} \cdot \sin\left\{(6\nu-1)\left(\alpha + \frac{u}{2}\right)\right\} \cdot \sin\left\{(6\nu-1)\frac{u}{2} + \frac{\pi}{6}\right\}
 \end{aligned}$$

以上より、電気トルクの高調波成分  $m_{e6\nu}$  は次のようになる。

$$m_{e6\nu} = \sqrt{a_{6\nu}^2 + b_{6\nu}^2}$$

なお、 $m_{e6\nu}$  を  $\alpha$  と  $u$  の関数として求めたが、 $\alpha$  を  $r$  に置き換えても結果は同一となる。